UNIVERSIDAD INDOAMÉRICA

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

UNIDAD DE POSGRADO

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

TEMA

USO DE ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO

Trabajo de investigación previo a la obtención del título de Magíster en Educación.

Autor
Bravo Águila Marco Bolívar

Tutor

Lcda. Verónica Simbaña Gallardo, M. Sc.

QUITO – ECUADOR

2024

AUTORIZACIÓN POR PARTE DEL AUTOR PARA LA CONSULTA, REPRODUCCIÓN PARCIAL O TOTAL, Y PUBLICACIÓN ELECTRÓNICA DEL TRABAJO DE TÍTULACIÓN

Yo, Marco Bolivar Bravo Aguila declaro ser autor del Trabajo de Investigación con el nombre "USO DE ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO", como requisito para optar al grado de Magíster en Educación y autorizo al Sistema de Bibliotecas de la Universidad Tecnológica Indoamérica, para que con fines netamente académicos divulgue esta obra a través del Repositorio Digital Institucional (RDI-UTI).

Los usuarios del RDI-UTI podrán consultar el contenido de este trabajo en las redes de información del país y del exterior, con las cuales la Universidad tenga convenios. La Universidad Tecnológica Indoamérica no se hace responsable por el plagio o copia del contenido parcial o total de este trabajo.

Del mismo modo, acepto que los Derechos de Autor, Morales y Patrimoniales, sobre esta obra, serán compartidos entre mi persona y la Universidad Tecnológica Indoamérica, y que no tramitaré la publicación de esta obra en ningún otro medio, sin autorización expresa de la misma. En caso de que exista el potencial de generación de beneficios económicos o patentes, producto de este trabajo, acepto que se deberán firmar convenios específicos adicionales, donde se acuerden los términos de adjudicación de dichos beneficios.

Para constancia de esta autorización, en la ciudad de Quito, a los 9 días del mes de junio de 2024, firmo conforme:

Autor: Marco Bolívar Bravo Águila

Firmado electrónicamente por:
MARCO BOLIVAR BRAVO
AGUILA

Firma: ……………………….

Número de Cédula: 1722741756
Dirección: Napo, Archidona, Archidona
Correo Electrónico: marcobravo1788@gmail.com
Teléfono: 0998738871

APROBACIÓN DE LA TUTORA

En mi calidad de Tutor del Trabajo de Titulación "USO DE ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO" presentado por Marco Bolívar Bravo Águila, para optar por el Grado de Magister en Educación,

CERTIFICO

Que dicho trabajo de investigación ha sido revisado en todas sus partes y considero que reúne los requisitos y méritos suficientes para ser sometido a la presentación pública y evaluación por parte del Tribunal Examinador que se designe.

Quito, 4 de julio del 2024

Firmado electrónicamente por:
VERONICA PATRICIA
SIMBANA GALLARDO

....

Lcda. Verónica Simbaña Gallardo, M. Sc.

DECLARACIÓN DE AUTENTICIDAD

Quien suscribe, declaro que los contenidos y los resultados obtenidos en el presente trabajo de investigación, como requerimiento previo para la obtención del Grado de Magíster en Educación, son absolutamente originales, auténticos y personales y de exclusiva responsabilidad legal y académica del autor.

Quito, 8 de julio de 2024

Firmado electrónicamente por:
MARCO BOLIVAR BRAVO
AGUILA

Marco Bolívar Bravo Águila

1722741756

APROBACIÓN TRIBUNAL

El trabajo de Titulación ha sido revisado, aprobado y autorizada su impresión y empastado, sobre el Tema: “USO DE ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO” previo a la obtención del Grado de Magister en Educación, reúne los requisitos de fondo y forma para que el estudiante pueda presentarse a la sustentación del trabajo de titulación.

Quito, 28 de septiembre de 2024

Firmado electrónicamente por:
MIRIAN SOLEDAD
BASANTES VASQUEZ

……………………………………………..

PhD. Mirian Basantes Vásquez
PRESIDENTE DEL TRIBUNAL

Firmado electrónicamente por:
MARCOS ROBERTO
ZAMBRANO LONDONO

…………………………………………….

MSc. Marcos Zambrano Londoño
EXAMINADOR

Firmado electrónicamente por:
VERONICA PATRICIA
SIMBANA GALLARDO

…………………………………………….

MSc. Verónica Simbaña Gallardo,

DIRECTOR TUTOR

DEDICATORIA

A mis padres, cuyo amor incondicional, apoyo y sacrificios constantes me han permitido alcanzar este logro. Su confianza en mí ha sido la base de mi perseverancia y éxito.

A mis profesores y mentores, quienes con su sabiduría y guía han iluminado mi camino académico, inculcándome la pasión por el conocimiento y el aprendizaje.

Marco Bravo

AGRADECIMIENTO

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento a la Universidad Indoamérica, sede Quito, por proporcionarme un entorno académico excepcional y los recursos necesarios para el desarrollo de mi tesis.

Agradezco especialmente a mi tutora, M.Sc. Verónica Simbaña, cuya guía y apoyo inquebrantables han sido esenciales en cada etapa de este proyecto.

También extiendo mi gratitud a mis profesores y mentores, cuya guía y apoyo inquebrantables me han inspirado a alcanzar mis metas.

A mis compañeros de estudio, quienes con su colaboración y amistad han enriquecido mi experiencia universitaria. Los desafíos compartidos y los éxitos celebrados juntos han sido una parte invaluable de este viaje.

Marco Bravo

ÍNDICE DE CONTENIDOS

AUTORIZACIÓN POR PARTE DEL AUTOR PARA LA CONSULTA, REPRODUCCIÓN PARCIAL O TOTAL, Y PUBLICACIÓN ELECTRÓNICA DEL TRABAJO DE TÍTULACIÓN ii

APROBACIÓN DE LA TUTORA iii

DECLARACIÓN DE AUTENTICIDAD iv

APROBACIÓN TRIBUNAL v

DEDICATORIA vi

AGRADECIMIENTO vii

RESUMEN xv

ABSTRACT xvi

INTRODUCCIÓN 1

Importancia y actualidad 1

Planteamiento del problema 7

Análisis Crítico 8

Prognosis 9

Destinatarios del proyecto 9

Objetivos 10

Objetivo General 10

Objetivos Específicos 10

CAPÍTULO I 11

MARCO TEÓRICO 11

Antecedentes de la investigación 11

Constelación de ideas de la variable independiente 13

Gráfico No 4. Constelación de ideas Variable independiente. 13

Estrategias metodológicas 13

Importancia 14
Características 15
Actividades interactivas y prácticas 15
Los proyectos pedagógicos de aula 15
Talleres de aprendizaje 16
Uso de materiales de aprendizaje 16
Guías de aprendizaje 16
Integración de recursos tecnológicos 18
Tipos de estrategias 18
Análisis, deducción y argumentación 17
Metacognición 18
Según necesidades especiales 19
Según el nivel de estudiantes 19
Evaluación y retroalimentación 20
Evaluación formativa y sumativa 20
Retroalimentación especifica 20
Constelación de ideas de la variable dependiente 22
Concepto 23
Origen 23
Características 23
Tipos 24
Destrezas con criterio de desempeño 25
Creatividad 36
Alternativas de soluciones a un mismo problema 36
Uso de herramientas digitales 38
CAPÍTULO II 39

DISEÑO METODOLÓGICO 39
Enfoque y diseño de la investigación 39
Descripción de la muestra y contexto de investigación........ 40
Proceso de recolección de datos 41
Análisis de resultados 46
CAPÍTULO III 89
PRODUCTO 89
Nombre de la propuesta 89
Definición del tipo de producto........ 89
Objetivos 90
Objetivo General 90
Objetivos Específicos 90
Estructura de la propuesta 90
Propuesta 93
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES 169
Bibliografía 171
ANEXOS 176
Anexo 1. Validación del instrumento de recolección de datos por juicio de expertos 176
Anexo 2. Alfa de Cronbach 180
Anexo 3. Encuestas 181

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro No 1. Propiedades de las multiplicaciones entre matrices 28
Cuadro No 2. Propiedades principales de los logaritmos 32
Cuadro No 3. Tipos de soluciones para un conjunto de restricciones 33
Cuadro No 4. Tipos de modelos en la resolución de problemas 37
Cuadro No 5. Población 41
Cuadro No 6. Operacionalización de la variable independiente 42
Cuadro No 7. Operacionalización de la variable dependiente 43
Cuadro No 8. Alfa de Cronbach estudiantes 46
Cuadro No 9. Alfa de Cronbach docentes 46
Cuadro No 10. Paralelos correspondientes a 3ro BGU 47
Cuadro No 11. Edad de los estudiantes 48
Cuadro No 12. Pregunta 1 de la encuesta a estudiantes..................................48
Cuadro No 13. Pregunta 2 de la encuesta a estudiantes..................................49
Cuadro No 14. Pregunta 3 de la encuesta a estudiantes..................................51
Cuadro No 15. Pregunta 4 de la encuesta a estudiantes..................................52
Cuadro No 16. Pregunta 5 de la encuesta a estudiantes..................................53
Cuadro No 17. Pregunta 6 de la encuesta a estudiantes..................................54
Cuadro No 18. Pregunta 7 de la encuesta a estudiantes..................................55
Cuadro No 19. Pregunta 8 de la encuesta a estudiantes..................................56
Cuadro No 20. Pregunta 9 de la encuesta a estudiantes..................................57
Cuadro No 21. Frecuencias - Progresiones Aritméticas 57
Cuadro No 22. Frecuencias - Progresiones Geométricas................................58
Cuadro No 23. Frecuencias – Sumas Parciales 59
Cuadro No 24. Pregunta 10 de la encuesta a estudiantes. 61
Cuadro No 25. Pregunta 11 de la encuesta a estudiantes. 62
Cuadro No 26. Frecuencias – Uso de calculadora 62
Cuadro No 27. Frecuencias – Uso de Matlab 63
Cuadro No 28. Frecuencias – Uso de Mathcad 64
Cuadro No 29. Frecuencias – Uso de GeoGebra 65

Cuadro No 30. Frecuencias –Uso de Derive 66
Cuadro No 31. Rango de edad 68
Cuadro No 32. Años de experiencia profesional 69
Cuadro No 33. Pregunta 1. Docentes 69
Cuadro No 34. Pregunta 2. Docentes 70
Cuadro No 35. Pregunta 2. Uso de Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) 71
Cuadro No 36. Pregunta 2. Uso de Talleres Dinámicos 72
Cuadro No 37. Pregunta 2. Uso de materiales didácticos 73
Cuadro No 38. Pregunta 2. Uso guías de estudio 74
Cuadro No 39. Pregunta 3. Docentes 75
Cuadro No 40. Pregunta 4. Docentes 76
Cuadro No 41. Pregunta 5. Docentes 77
Cuadro No 42. Frecuencia – Técnica de Observación 77
Cuadro No 43. Frecuencia - lluvia de ideas 78
Cuadro No 44. Frecuencia - Entrevista 79
Cuadro No 45. Frecuencia - Simuladores 80
Cuadro No 46. Pregunta 6. Docentes 82
Cuadro No 47. Pregunta 7. Docentes 83
Cuadro No 48. Pregunta 8. Docentes 84
Cuadro No 49. Pregunta 9. Docentes 85
Cuadro No 50. Pregunta 10. Docentes 86
Cuadro No 51. de triangulación de resultados 87
Cuadro No 52. Estructura de la Propuesta 91
Cuadro No 53. Temporización de actividades para el desarrollo y socialización de la propuesta. 92
Cuadro No 54. Elementos curriculares. 99
Cuadro No 55. Temporización de actividades 100

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico No 1. Variación de puntaje promedio PISA 2018 2022 y tendencias previas. 5
Gráfico No 2. Promedio de matemáticas en el bachillerato. 6
Gráfico No 3. Esquema de árbol de problemas 7
Gráfico No 4. Constelación de ideas Variable independiente. 13
Gráfico No 5. Constelación de ideas Variable dependiente. 22
Gráfico No 6. Esquema del razonamiento deductivo 24
Gráfico No 7. Esquema del razonamiento inductivo. 25
Gráfico No 8. Multiplicación entre matrices 27
Gráfico No 9. Formas generales de una función exponencial 30
Gráfico No 10. Formas generales de una función logarítmica 31
Gráfico No 11. Paralelos correspondientes a 3ro BGU 47
Gráfico No 12. Edad de los estudiantes 48
Gráfico No 13. Resultados estudiantes pregunta 1. 49
Gráfico No 14. Resultados estudiantes pregunta 3. 51
Gráfico No 15. Resultados estudiantes pregunta 4. 52
Gráfico No 16. Resultados estudiantes pregunta 5. 53
Gráfico No 17. Resultados estudiantes pregunta 6. 54
Gráfico No 18. Resultados estudiantes pregunta 7. 55
Gráfico No 19. Resultados estudiantes pregunta 8. 56
Gráfico No 20. Frecuencias en estudiantes pregunta 9. 57
Gráfico No 21. Pregunta 9 – Progresiones Aritméticas. 58
Gráfico No 22. Pregunta 9 – Progresiones Geométricas 59
Gráfico No 23. Pregunta 9 – Sumas Parciales 60
Gráfico No 24. Resultados estudiantes pregunta 10. 61
Gráfico No 25. Frecuencias en estudiantes pregunta 11. 62
Gráfico No 26. Uso de calculadora científica. 63
Gráfico No 27. Uso del software Matlab. 64
Gráfico No 28. Uso del software Mathcad 65
Gráfico No 29. Uso del software GeoGebra. 66

Gráfico No 30. Uso del software Derive. 67
Gráfico No 31. Resultados de las edades. 68
Gráfico No 32. Años de servicios - Docentes. 69
Gráfico No 33. Resultado docentes pregunta 1. 70
Gráfico No 34. Resultado docentes pregunta 2. 71
Gráfico No 35. Resultado docentes pregunta 2 - ABP. 71
Gráfico No 36. Resultado docentes pregunta 2 – Talleres dinámicos 72
Gráfico No 37. Resultado docentes pregunta 2 – Uso de materiales didácticos .. 73
Gráfico No 38. Resultado docentes pregunta 2 – Uso de guías didácticas 74
Gráfico No 39. Resultados de la pregunta 3 - Docentes 75
Gráfico No 40. Resultados de la pregunta 4 - Docentes 76
Gráfico No 41. Instrumentos de evaluación - Docentes 77
Gráfico No 42. Pregunta 5 - Técnica de Observación 78
Gráfico No 43. Pregunta 5 - Lluvia de ideas 79
Gráfico No 44. Pregunta 5 - Entrevista 80
Gráfico No 45. Pregunta 5 - Simuladores 81
Gráfico No 46. Pregunta 6 - Docentes 82
Gráfico No 47. Pregunta 7 - Docentes 83
Gráfico No 48. Pregunta 8 - Docentes 84
Gráfico No 49. Pregunta 9 - Docentes 85
Gráfico No 50. Pregunta 10 - Docentes 86
Gráfico No 51. Habilidades matemáticas 97
Gráfico No 52. Secuencia metodológica de trabajo. 98

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA INDOAMÉRICA
DIRECCIÓN DE POSGRADO
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

TEMA: USO DE ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO

AUTOR: Marco Bolívar Bravo Águila

TUTORA M.Sc. Verónica Patricia Simbaña Gallardo

RESUMEN

El desarrollo de la presente investigación analiza el impacto de las estrategias metodológicas aplicadas por los docentes en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático de estudiantes de bachillerato en una institución educativa de la región amazónica de Ecuador. Utilizando un enfoque cuantitativo, se recopilaron datos a través de encuestas a estudiantes y docentes, evaluados mediante una escala de Likert. Los resultados revelan que las estrategias activas, como actividades prácticas, diálogos en grupo y el uso de tecnologías, mejoran el razonamiento deductivo e inductivo de los estudiantes, aunque su implementación no es uniforme entre todos los docentes. Si bien los estudiantes utilizan frecuentemente calculadoras científicas, el uso de software educativo avanzado (GeoGebra, Matlab, Mathcad o Derive) es limitado, lo que sugiere una integración insuficiente de estas herramientas en la enseñanza. Las estrategias diferenciadas, como la autorreflexión y la atención a necesidades especiales, fortalecen la capacidad de los estudiantes para reflexionar sobre su propio aprendizaje. Además, los métodos de evaluación formativa y la retroalimentación específica se asocian con un nivel moderado de creatividad en la resolución de problemas, sugiriendo que un mayor enfoque en estas prácticas podría potenciar aún más el pensamiento lógico-matemático. Se concluye que es necesario reforzar la formación docente en el uso de recursos digitales. Se recomienda fomentar el uso de software matemático, aplicar estrategias metodológicas más activas y diferenciadas, implementar evaluaciones que incentiven la creatividad, capacitar a los docentes en recursos digitales y mejorar la retroalimentación formativa.

DESCRIPTORES: Estrategias metodológicas, pensamiento lógico-matemático, herramientas tecnológicas, creatividad, evaluación formativa, retroalimentación.

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA INDOAMÉRICA

Master's Degree in Education

AUTHOR: BRAVO AGUILA MARCO BOLIVAR

TUTOR: ESP. SIMBAÑA GALLARDO VERONICA

ABSTRACT

USE OF METHODOLOGICAL STRATEGIES TO DEVELOP LOGICAL-MATHEMATICAL THINKING IN HIGH SCHOOL STUDENTS

This research analyses the impact of the methodological strategies applied by teachers in the development of logical-mathematical thinking of high school students in an educational institution in the Amazon region of Ecuador. Using a quantitative approach, data was collected through students and teachers surveys, assessed using a Likert scale. The results reveal that active strategies, such as practical activities, group dialogues and the use of technology, improve students' deductive and inductive reasoning, although their implementation is not uniform among all teachers. While students frequently use scientific calculators, the use of advanced educational software (GeoGebra, Matlab, Mathcad or Derive) is limited, suggesting insufficient integration of these tools in teaching. Differentiated strategies, such as self-reflection and attention to special needs, strengthen students' ability to reflect on their own learning. Furthermore, formative assessment methods and specific feedback are associated with a moderate level of creativity in problem solving, suggesting that a greater focus on these practices could further enhance logical-mathematical thinking. It is concluded that it is necessary to reinforce teacher training in the use of digital resources. It is recommended to promote the use of mathematical software, apply more active and differentiated methodological strategies, implement evaluations that encourage creativity, train teachers in digital resources and improve formative feedback.

KEYWORDS: Creativity, feedback, formative assessment, logical-

INTRODUCCIÓN

Importancia y actualidad

Se necesita comprender la problemática del mundo y la sociedad en si, por esta razón el pensamiento lógico-matemático es un instrumento fundamental que se debe construir con la ayuda de los docentes, padres de familia y el medio en el que se desenvuelve los estudiantes ya que mediante este se permite expresar cada día los conocimientos a través de la habilidad para solucionar problemas de contexto real con la ayuda significativa de la tecnología.

El presente estudio tiene como línea de investigación la Praxis Pedagógica, ya que el docente es el encargado de encaminar a que los estudiantes alcancen el entendimiento en los conceptos fundamentales matemáticos mediante la creación de nuevas propuestas enmarcados en fomentar el razonamiento lógico-matemático para 3ro de Bachillerato dentro del aula acompañado de recursos tecnológicos los cuales deben tener coherencia con la planificación y estrategias metodológicas.

De acuerdo Tapia (1995):

> El razonamiento lógico-matemático influye directamente en el aprendizaje de los estudiantes y de ahí que toma su debida importancia en la formación de los individuos porque como ciencia deductiva forma la base estructural en la que se apoyan las demás ciencias y además proporciona los procedimientos adecuados para el estudio, comprensión de la naturaleza y permite moverse con experticia dentro de al ámbito extenso de la sociedad. (p.19)

La educación transforma vidas y esta se ha convertido en la misión principal de la UNESCO de construir la paz, erradicar la pobreza e impulsar el desarrollo sostenible abarcando todos los aspectos de la educación. Esta organización lidera la agenda mundial de Educación 2030 a través del Objetivo de Desarrollo Sostenible 4, el cual establece: "Garantizar una educación equitativa e inclusiva de calidad, promoviendo oportunidades de aprendizaje permanentes para todas y todos". Dentro de este objetivo principal se propone un subobjetivo 4.7 el cual enmarca lo siguiente, UNESCO (2024):

> Asegurar que todos los alumnos adquieran los conocimientos teóricos y prácticos necesarios para promover el desarrollo sostenible, entre otras cosas mediante la educación para el desarrollo sostenible y los estilos de vida sostenibles, los derechos humanos, la igualdad de género, la promoción de una cultura de paz y no violencia, la ciudadanía mundial y la valoración de la diversidad cultural y la contribución de la cultura al desarrollo sostenible. (párr. 11)

En la Constitución de la República del Ecuador (2008) en el Art. 27 manifiesta que:

> La educación se centrará en el ser humano y garantizará su desarrollo holístico, en el marco del respeto a los derechos humanos, al medio ambiente sustentable y a la democracia; será participativa, obligatoria, intercultural, democrática, incluyente y diversa, de calidad y calidez; impulsará la equidad de género, la justicia, la solidaridad y la paz; estimulará el sentido crítico, el arte y la cultura física, la iniciativa individual y comunitaria, y el desarrollo de competencias y capacidades para crear y trabajar. La educación es indispensable para el conocimiento, el ejercicio de los derechos y la construcción de un país soberano, y constituye un eje estratégico para el desarrollo nacional. (p. 17)
>
> En el Art. 343 se menciona:
>
> El sistema nacional de educación tendrá como finalidad el desarrollo de capacidades y potencialidades individuales y colectivas de la población, que posibiliten el aprendizaje, y la generación y utilización de conocimientos, técnicas, saberes, artes y cultura. El sistema tendrá como centro al sujeto que aprende, y funcionará de manera flexible y dinámica,

incluyente, eficaz y eficiente. El sistema nacional de educación integrará una visión intercultural acorde con la diversidad geográfica, cultural y lingüística del país, y el respeto a los derechos de las comunidades, pueblos y nacionalidades. (p. 127)

En la Ley Orgánica Intercultural (LOEI, 2021) se mencionan el siguiente articulo:

> Art. 5.- **Fines de la educación**, literal b, manifiesta que: El fortalecimiento y la potenciación de la educación para contribuir al cuidado y preservación de las identidades conforme a la diversidad cultural y las particularidades metodológicas de enseñanza, desde el nivel inicial hasta el nivel superior, bajo criterios de calidad. (p. 15)

De acuerdo con Mora (2003) la matemática en las instituciones escolares no solamente se deben aprender contenidos matemáticos específicos sino más bien lograr que los estudiantes construyan, además, métodos para resolver tanto problemas intra y extra matemáticos como situaciones complejas propias de la vida cotidiana. Los docentes a menudo suelen olvidar de que lo que realmente permanece en la memoria de los seres humanos durante largo tiempo son las estrategias y los métodos que se han elaborado durante el tiempo de escolaridad. Si existe alguna asignatura que ayuda realmente a la estructuración y construcción de métodos en las personas es precisamente la matemática y, más aún, las estrategias didácticas puestas en práctica, como la resolución de problemas. Con lo dicho anteriormente se puede establecer que: la idea es aprovechar como punto de partida para desarrollar estrategias de aprendizaje y enseñanza que contribuyan con su transformación en concepciones matemáticas válidas y ciertas.

Concretamente según Medina (2017) esta inteligencia se asocia al manejo de cifras, la resolución de problemas, la detección de patrones en series o grupos, la comprensión de la causa-efecto que subyace tras un hecho o un proceso, la capacidad de abstracción o el pensamiento crítico. Por esta razón el lenguaje matemático es muy importante en muchas de las actuaciones con los estudiantes no solamente aquellas que están encaminadas a la consecución de una determinada destreza, sino que cualquier situación puede y debe contemplarse desde un punto de vista lógico, atendiendo a criterios concretos y estables para su resolución.

Siendo el punto de partida el razonar, imaginar, descubrir, intuir, probar, generalizar, utilizar técnicas, aplicar destrezas, estimar, comprobar resultados. Es necesario que las actividades programadas sean significativas y útiles para los estudiantes, nunca alejadas de la realidad. Por ello, el desarrollo de pensamiento Lógico matemático se vincula a las vivencias del y es un elemento decisivo para la comprensión de la realidad. Está vinculada a distintas habilidades y fortalezas que puedes detectar y trabajar en clases para atender a la diversidad del aula y potenciar las capacidades de todos los alumnos. (p.126)

Castro (2017) asegura que:

> En la sociedad aún existen los más extraños prejuicios. Unos dicen que solamente personas de gran entendimiento pueden dedicarse a las matemáticas; también se afirman que para ello es preciso tener una "memoria matemática" especial que permita recordar las fórmulas, teoremas, definiciones, entre otros. Existen personas con habilidades de aprendizaje diferenciadas hacia una u otra actividad mental, pero toda persona con sus capacidades normales está apta para una correcta asimilación de los conocimientos básicos de matemáticas siempre y cuando se imparten los contenidos de forma fácil y agradable, apoyándose en ejemplos del ambiente cotidiano, seleccionados con el razonamiento e interés correspondiente. En la solución de cada problema que se plantee al estudiante, es fundamental para desarrollar el pensamiento creativo de este. Es incuestionable la necesidad de que los estudiantes aprendan a realizar el trabajo independiente, aprendan a estudiar, aprendan a leer, aprendan a pensar, pues esto contribuirá a su mejor formación completa. (p.34)

A continuación, se hará una revisión contextual del tema en varios aspectos macro, meso y micro para aproximar las variables a la investigación:

La OCDE publicó los resultados de las pruebas PISA 2022 y los resultados para los países de América Latina son desalentadores: todos los países de la región que participaron están por debajo de la mitad de la tabla. La mayoría, además, se mantuvo estable o cayó en sus desempeños en matemática, lectura y ciencia, las tres áreas que se miden. Los que crecieron lo hicieron porque estaban muy abajo en sus resultados anteriores. Los resultados publicados tienen significación porque son las primeras pruebas realizadas luego de la pandemia de Covid-19 y para la región también son relevantes porque alcanzaron una participación récord: 14 países de América Latina y el Caribe. Además de las dictaduras de Venezuela, Nicaragua y Cuba, otros países latinoamericanos que deciden participar son: Ecuador, Honduras y Bolivia.

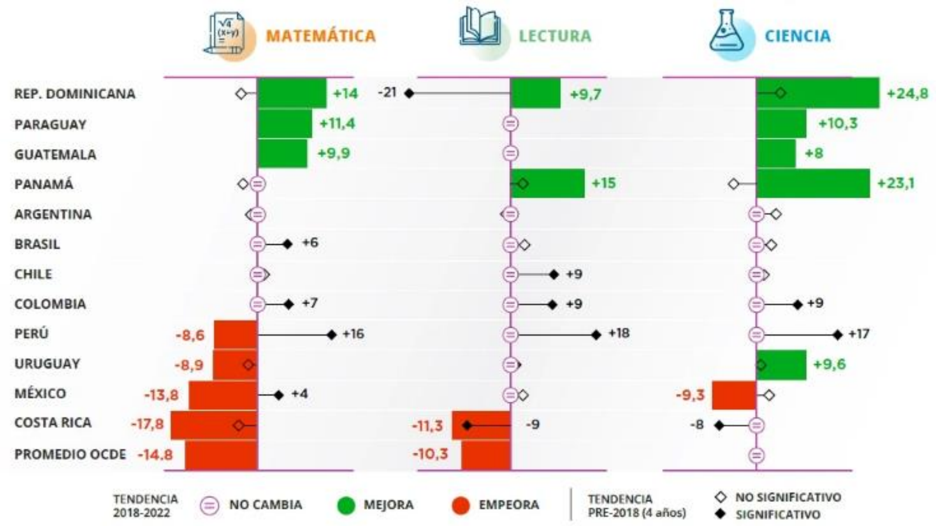


Gráfico No 1. Variación de puntaje promedio PISA 2018 2022 y tendencias previas.
Fuente: OECD (2023), PISA, Vol 1., Fig. 1.5.3

Para el año lectivo 2022-2023 los resultados del INEVAL muestran que: el estudiantado del nivel de Bachillerato alcanzó un promedio nacional de 696 puntos sobre los 1 000 posibles. Este resultado es mayor en 3 puntos en relación con el obtenido en el año lectivo 2021-2022 y menor en 2 puntos en comparación con el año lectivo 2020-2021. Los estudiantes del régimen de evaluación Costa-Galápagos obtuvieron un promedio de 696 puntos, que es mayor en 4 puntos en relación con el obtenido en el año lectivo 2021-2022 y menor en 2 puntos respecto al año lectivo 2020-2021.

Por otro lado, los estudiantes del régimen de evaluación Sierra-Amazonía lograron un promedio de 697 puntos, que es mayor en 2 puntos en comparación con el año lectivo 2021-2022 y menor en 3 puntos en relación con el obtenido en el año lectivo 2020-2021

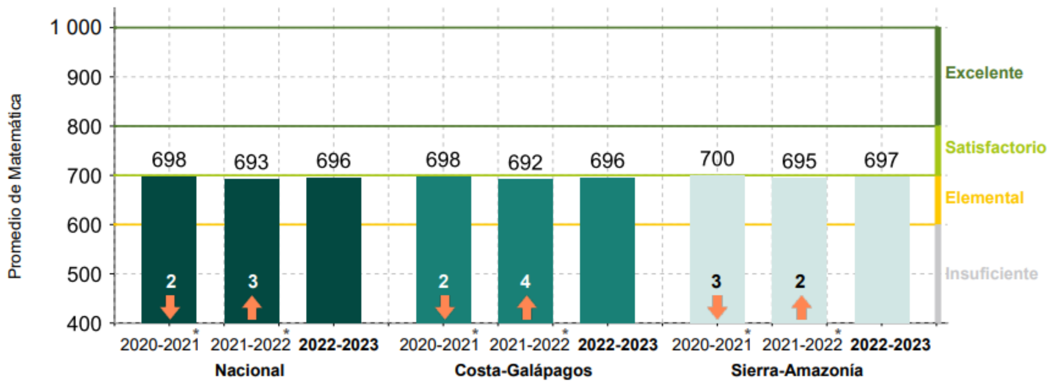


Gráfico No 2. Promedio de matemáticas en el bachillerato.
Fuente: Ineval 2023

Con los datos se pone en evidencia que las estrategias metodologías empleadas por los docentes de esta asignatura no permiten una comprensión adecuada de los temas a tratarse por lo que algunas recomendaciones son:

- Fomentar el uso de material interactivo con el tema a tratarse
- Despertar curiosidad del estudiante por el tema
- Compartir el conocimiento en grupo
- Demostrar que el error es una fuente de aprendizaje
- Fomentar la iniciativa y la toma de decisión

La Unidad Educativa Fiscomisional María Inmaculada está ubicada en la provincia de Napo, cantón Archidona; perteneciente al distrito 15D01, zona 9; la institución ofrece los niveles educativos de Educación Inicial, General Básica Superior y Bachillerato en modalidad presencial. Para la presente investigación se toma en cuenta a estudiantes de 3ro de Bachillerato paralelos A, B, C y D el mismo que cuenta con una cantidad de 97 alumnos de entre 16 y 17 años de edad.

Este trabajo presentará algunas propuestas que conlleven a mejorar la enseñanza de la matemática orientada al pensamiento lógico-matemático de una manera sencilla que conduzca a los estudiantes a sentir gusto por el aprendizaje y la aplicación de estas en el diario vivir.

Planteamiento del problema

Es importante potenciar las habilidades del pensamiento lógico – matemático en los estudiantes mediante la utilización de estrategas metodológicas, la exploración, búsqueda de información y construcción de los conocimientos para que ellos puedan dar solución a las situaciones problémicas que se presentan, ya sea que estas se aborden de forma individual o grupal, partiendo de las destrezas de matemática para 3ro BGU enmarcadas en el curricular nacional hacia aplicaciones específicas.

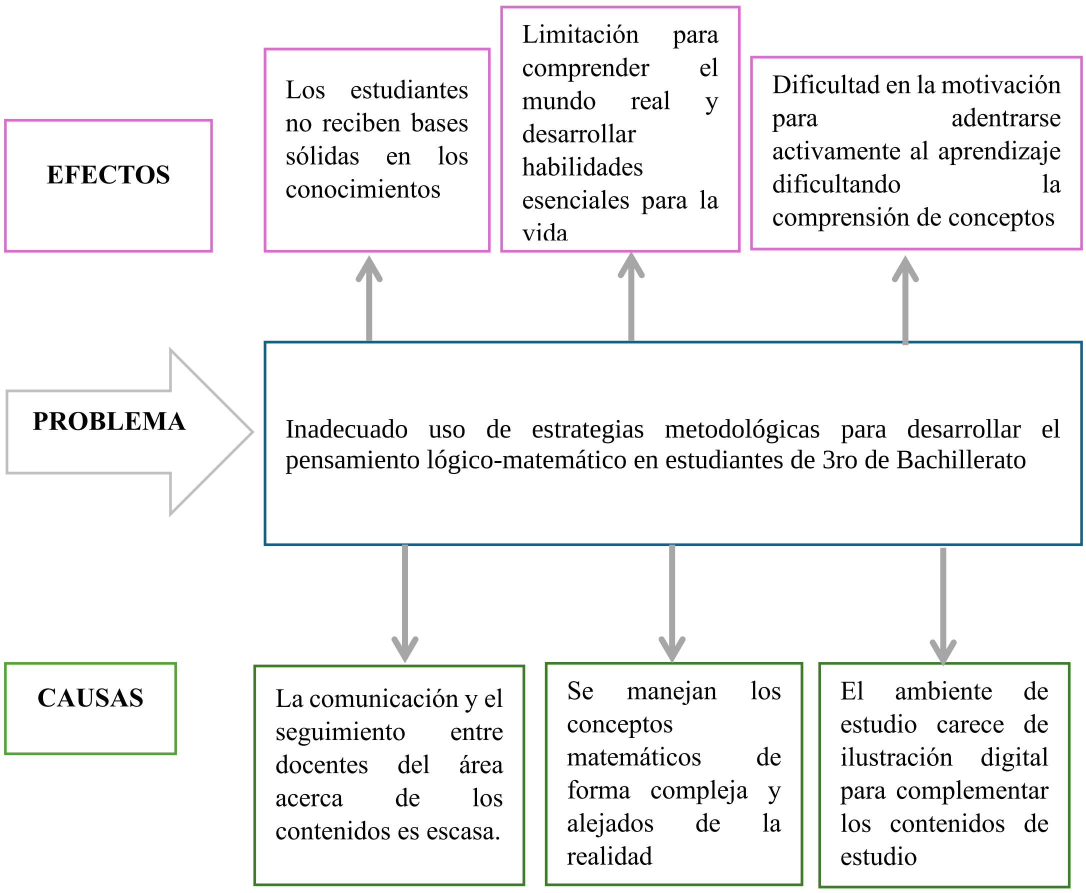


Gráfico No 3. Esquema de árbol de problemas
Elaborado por: Investigador
Fuente: Investigación propia

Análisis Crítico

La comunicación entre docentes es fundamental ya que esta puede tener un gran impacto en la calidad educativa. Al no existir un entendimiento entre los docentes que colaboran en el área, esto puede recaer en una falta de coherencia y profundidad de los contenidos que se debe impartir, creando en los estudiantes una falta de continuidad en su aprendizaje. La recurrencia en este tipo de percances puede llevar a comprensión incompleta de los contenidos abordados en clases. El resultado de todo esto es que los estudiantes no podrán recibir las bases sólidas necesarias para desarrollar una comprensión profunda de los conceptos claves, bajo estas circunstancias ellos enfrentarán dificultades para aplicar el conocimiento en situaciones reales practicas o para avanzar hacia niveles más avanzados en estudios superiores.

Mencionando el manejo de conceptos de forma compleja y distante de la realidad por parte de los docentes ocasiona un efecto que sobresale de las aulas de estudio recayendo este efecto sobre la comprensión de los fenómenos en el mundo real cotidiano. Esta brecha entre teoría y práctica empeora el desarrollo de habilidades esenciales para construir una vida profesional de éxito. Al no existir una claridad en los conceptos los estudiantes pueden perder la capacidad de aplicar el pensamiento crítico y analítico en situaciones prácticas, lo que limita la capacidad de resolver problemas. Si los conocimientos son receptados de forma sólida y se logra hacer que los estudiantes relacionen la matemática con el mundo real, los individuos no tendrán dificultad en la toma de decisiones, la solución de problemas cotidianos y se notara un desarrollo de habilidades laborales de manera formidables. Por todas las razones mencionada es crucial enmarcar los conceptos matemáticos con aplicaciones para fomentar la comprensión más profunda y significativa, contribuyendo a la formación del estudiante para enfrentar de mejor manera los desafíos del mundo moderno.

Finalmente, la ausencia de ilustración digital en el ambiente de estudio puede desencadenar en muchos efectos del sentido negativo, entre cuales están: dificultad para adentrarse activamente en el proceso de enseñanza, no se sienten identificados con la clase y tampoco mostraran compromiso al momento de mostrar resultado en la resolución de problemas reales. Cuando se evita el uso de recursos visuales dinámicos y atractivos, los estudiantes pueden tener dificultades para conectarse con la clase, en consecuencia, esto puede llevar a obstaculizar la capacidad para internalizar y aplicar los conocimientos.

Prognosis

Si se mantienen las prácticas inadecuadas, es notable que los estudiantes comiencen teniendo complicaciones para comprender y aplicar los conceptos matemáticos de manera clara y efectiva. La falta de atención en este efecto puede ocasionar daños en el rendimiento escolar, así como la fata de habilidades fundamentales para las carreras futuras que requieren competencias matemáticas.

Si se realiza los cambios pertinentes en las estrategias metodológicas mediante la implementación de enfoques más activos, prácticos y contextualizados entonces si existe una gran posibilidad de mejorar la comprensión y el rendimiento de los estudiantes en matemáticas mediante el empleo correcto del pensamiento crítico, la resolución de problemas y la aplicación de conceptos para un mundo real que se pone cada día más exigente.

Destinatarios del proyecto

Este trabajo tiene como destinatarios directos el estudiantado de Tercero de Bachillerato de la Unidad Educativa Fiscomisional María Inmaculada de la parroquia Archidona, Cantón Archidona; cuyas edades oscilan entre 16 a 18 años, quienes toman la asignatura de Matemática que es parte de la Malla Curricular vigente. También se consideran destinatarios directos al profesorado que imparten la asignatura de Matemática, quienes tendrán acceso a la información que surja de la investigación para su posterior implementación en el aula. Los destinatarios indirectos serían las autoridades, docentes de las diferentes áreas, estudiantes de otros niveles educativos que se ofertan en la institución y toda la comunidad educativa en general.

Objetivos

Objetivo General

- Promover el uso de estrategias metodologías adecuadas para fortalecer las habilidades del pensamiento lógico-matemático en los estudiantes de 3ro Bachillerato.

Objetivos Específicos

- Diagnosticar el nivel de conocimientos sobre estrategias metodológicas que poseen los docentes para el fortalecimiento de las habilidades para el pensamiento Lógico-Matemático.
- Caracterizar el nivel de habilidades adquiridas en el pensamiento Lógico-Matemático por parte de los estudiantes en la resolución de problemas enmarcados en el contexto del mundo real.
- Elaborar una guía metodológica de estrategia, recursos para los docentes y estudiantes para repotenciar la enseñanza de la matemática dándole un enfoque práctico hacia el pensamiento Lógico-Matemático en estudiantes de 3ro BGU.

CAPÍTULO I

MARCO TEÓRICO

Antecedentes de la investigación

El razonamiento lógico-matemático es crucial en diversos aspectos de la vida personal, académica y profesional de los estudiantes de bachillerato. Fortalecer esta habilidad es fundamental para el desarrollo cognitivo y el pensamiento crítico, especialmente al abordar temas relevantes de matemáticas en el tercer año de bachillerato. Para lograrlo, se aprovechará información valiosa obtenida de investigaciones previas para respaldar el desarrollo de la presente investigación.

Entre la información analizada figura un estudio realizado en 2024 en el Tecnológico de Antioquia sobre el tema *Modelo de enseñanza basado en el aprendizaje por retos para el desarrollo de competencias lógico-matemáticas en entornos educativos*. Este estudio aboga por el aprendizaje activo y significativo a través de la implementación de un enfoque pedagógico fundamentado en el pensamiento crítico. Los resultados destacan que la resolución de problemas y el fomento de la creatividad en los educadores generan un ambiente propicio para la participación activa de los estudiantes, facilitando así la reflexión y aplicación de conceptos matemáticos. Los autores concluyen que un entorno de aprendizaje dinámico, respaldado por la mediación de las TIC, constituye una estrategia efectiva para involucrar a los estudiantes en su propio proceso de aprendizaje (HENAO , 2024).

En la universidad Cesar Vallejo existe una investigación del año 2024 cuyo tema es *Programa de actividades lúdicas para el razonamiento matemático en* *estudiantes de sexto de primaria de una I.E.P de Piura.* Esta investigación tiene como objetivo medir cuan eficientes son las estrategias lúdicas en el razonamiento inductivo, deductivo y pensamiento abstracto. Los resultados señalan que el docente debe incorporar juegos en su práctica pedagógica para que se fomente un ambiente cálido de trabajo, y esto permite que los estudiantes anhelen que el maestro desarrolle su clase. Esta investigación llega a la siguiente conclusión, las estrategias lúdicas logran aumentar el nivel de razonamiento abstracto, deductivo, inductivo y matemático (Romero , 2024).

En la Universidad Técnica de Cotopaxi se encuentra una investigación del año 2023 cuyo tema es *Razonamiento lógico matemático en la enseñanza de la Matemática*. Esta investigación tiene como objetivo determinar la incidencia del razonamiento lógico matemático en la enseñanza de la matemática. Los resultados indican que el proceso de enseñanza en los estudiantes acarrea un rezago significativo debido a diversos factores que van desde el gusto por asignatura y el hábito de estudio hasta la relación de los problemas matemáticos con la vida cotidiana. El autor concluye que una intervención en el aula, basada en una guía técnica durante la enseñanza de las matemáticas contribuyen significativamente al desarrollo del razonamiento lógico-matemático (Rodríguez R. , 2023).

En la Universidad Indoamérica se encuentra un proyecto de investigación del año 2022 cuyo tema es *El Razonamiento Abstracto y el rendimiento académico en Matemática de los estudiantes de Tercero BGU*. Esta investigación tiene por objetivo mejorar el razonamiento abstracto para la optimización del rendimiento académico en Matemática. Los resultados indican que la validación de las estrategias metodológicas implementadas alcanzó un nivel aceptable por parte de los usuarios finales lo que le convierte en una alternativa de solución a la problemática detectada dentro de la unidad educativa. El autor concluye que los docentes deben participar en una capacitación continua con un enfoque holístico e integral. Esto significa que, además de los cursos que aborden los contenidos temáticos de la materia, también se deben considerar formaciones en metodologías activas y técnicas eficientes que faciliten la resolución de problemas matemáticos de manera sencilla. (Simaleza , 2022)

Este proyecto *Uso de estrategias metodológicas para desarrollar el pensamiento lógico-matemático en estudiantes de Bachillerato* se distingue de los anteriores proyectos similares por su enfoque específico y contextualizado. Este proyecto se fundamentada en el currículo específico de Matemática y adaptado a las estrategias para abordar las necesidades y características particulares de los estudiantes de 3ro BGU de la Unidad Educativa Fiscomisional María Inmaculada.

Constelación de ideas de la variable independiente

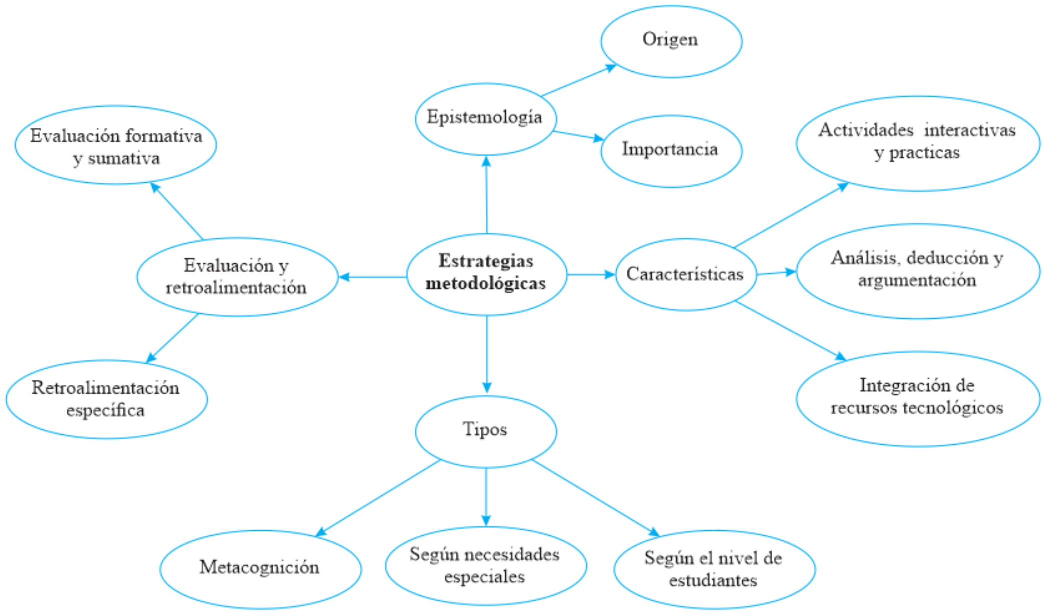


Gráfico No 4. Constelación de ideas Variable independiente.
Elaborado por: Investigador.

Estrategias metodológicas

Origen

Las estrategias metodológicas tienen un origen complejo y diverso, producto de la evolución del pensamiento pedagógico a lo largo de la historia. Estas se remontan a las prácticas educativas de las antiguas civilizaciones tal como lo menciona Ríos (2023) "el aprendizaje se basaba en la transmisión oral de conocimientos. Los maestros eran considerados sabios y se encargaban de enseñar a sus discípulos a través de la repetición y la imitación" (párr. 3) desde entonces se ha ido ampliando el concepto de enseñanza de forma completa dentro del desarrollo humano.

El humano conforme pasa el tiempo ha ido evolucionando en sus conocimientos tal como lo menciona Ríos et al. (2006) “desde el surgimiento del hombre, este siempre buscó el modo de comunicarse y de hacer llegar a sus descendientes los elementos necesarios para vivir y actuar sobre el mundo circundante” (p. 1). Primero fueron los gestos, las acciones, luego los sonidos y finalmente las palabras, todo mediante un proceso de aprendizaje espontáneo y por imitación.

Todas las estrategias tienen sus raíces en el desarrollo histórico de la pedagogía. Esta solía centrarse en transmitir los conocimientos de manera tradicional y autoritaria, conforme pasó el tiempo se desarrollaron métodos más participativos y centrados en el estudiante. Esto condujo al desarrollo de estrategias más dinámicas y adaptativas para la construcción colaborativa del conocimiento.

Importancia

Las estrategias metodológicas son fundamentales para crear entornos de aprendizaje efectivos y significativos tal como lo afirma Herrera y Villafuerte, (2023) “permiten la implementación de la didáctica para la enseñanza y aprendizaje planificados con los múltiples medios de representación y expresión debido a que motivan a los estudiantes a desarrollar sus competencias comunicativas dependiendo de sus capacidades” (p. 2). Por lo tanto, la importancia radica en que sirven como un puente entre la teoría pedagógica y la práctica educativa, al tiempo que proporcionan un marco efectivo para promover el desarrollo de competencias comunicativas entre los estudiantes.

Estas son herramientas que utiliza el docente para lograr competencias y alcanzar aprendizajes significativos en sus estudiantes mediante la comprensión académica entre estudiante y docente tal como lo afirma Mollo et al. (2022) “el uso de estrategias didácticas permite construir ambientes dinámicos para lograr espacios de colaboración entre profesor y estudiante” (párr. 3), las cuales estimulan regiones cerebrales específicas, promoviendo habilidades para entender y organizar datos, lo que impacta en el comportamiento del estudiante al abordar el análisis y la solución de problemas.

Entonces, las estrategias metodológicas son elementos fundamentales en el proceso educativo. Además, permiten al docente planificar y estructurar las actividades de enseñanza de manera que se promueva el compromiso activo de los estudiantes en su propio proceso de aprendizaje. Al proporcionar un conjunto diverso de enfoques y técnicas, las estrategias metodológicas pueden adaptarse para satisfacer las necesidades individuales de los estudiantes y fomentar un aprendizaje inclusivo.

Características

Las estrategias metodológicas se caracterizan por su flexibilidad, adaptabilidad a diferentes contextos y estilos de aprendizaje promoviendo su participación activa y construcción de conocimiento. Entre las características se tienen las siguientes:

Actividades interactivas y prácticas

Estas situaciones deben favorecer el análisis sobre cuándo, cómo y porqué se utiliza una determinada técnica, para que se pueda considerar estrategias de estudio. El elemento crucial que permitirá a los estudiantes la adquisición de estrategias de aprendizaje será la manera en que desarrollen sus propias estrategias, y no solo las técnicas específicas que aprenden en el aula. Se destacan algunas actividades más frecuentemente empleadas para promover nuevas modalidades de enseñanza y aprendizaje en América Latina. Este esfuerzo busca identificar experiencias que fomenten la participación activa de los estudiantes y que estén dirigidas hacia una reestructuración de métodos y recursos con el fin de alcanzar un aprendizaje efectivo, según Calvo (1993) "estas activades puede ser: los proyectos pedagógicos de aula, talleres de aprendizaje, uso de materiales de aprendizaje y guías de aprendizaje" (p.12). Estos elementos permiten una enseñanza estructurada y práctica, fomentando el aprendizaje activo y autónomo de los estudiantes.

Los proyectos pedagógicos de aula

Involucra la interacción entre currículo ajustado a la realidad, profesores y estudiantes con el fin de adquirir conocimientos específicos. Desde el punto de vista de Hernández (2011) afirma que “se utiliza para denominar un conjunto de actividades que se les propone a los estudiantes para que las desarrollen con cierta autonomía” (p. 9). Entonces estas actividades se proponen a los estudiantes con el objetivo de fomentar su autonomía, lo que sugiere un enfoque centrado en el estudiante y su capacidad para dirigir su propio aprendizaje.

Talleres de aprendizaje

Un taller se define como un proceso meticulosamente planeado y estructurado de aprendizaje, que involucra a los participantes del grupo y tiene un objetivo específico, como lo señala Rodríguez M. (2022) "el taller facilita la adquisición de conocimientos, habilidades o destrezas a través de la ejecución de una serie de actividades colaborativas" (p. 16). En resumen, se subraya la naturaleza activa y participativa del taller, donde los estudiantes no solo absorben información, sino que también interactúan entre sí, fomentando la construcción colectiva del conocimiento.

Uso de materiales de aprendizaje

Los materiales educativos pueden adoptar diversas formas de dispositivos diseñados para ser relevantes y útiles para los estudiantes, con el propósito de mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje. Según, Sangrà et al. (2005) afirma que “el autor de un material de aprendizaje es, en primer lugar, una persona especialista en el área de conocimiento o disciplina que tiene que desarrollar.” (p. 11). A través de estos materiales, los estudiantes pueden profundizar y dar sentido a su aprendizaje, desarrollando habilidades prácticas, cognitivas y sociales de manera más significativa.

Guías de aprendizaje

Son materiales educativos diseñados mediante documentos que ofrecen instrucciones y orientación a los estudiantes. Según López (2005 afirma que “la guía de aprendizaje es la principal es la referencia que tendrá el participante de una acción formativa sobre su contenido, estructuración y programación.” (p. 407). Las guías proporcionadas a los estudiantes deben presentar una estructura y una dirección definidas, que incluyan preguntas reflexivas o sugerencias destinadas a fomentar la reflexión y el análisis crítico. Esto facilita una participación más efectiva y un aprendizaje más profundo al enfocarse en los aspectos fundamentales del tema.

Análisis, deducción y argumentación

Son procesos fundamentales en el pensamiento crítico y la resolución de problemas estas se entrelazan en la evaluación crítica de información, la toma de decisiones informadas y la comunicación efectiva. A continuación, se describe a cada una:

Análisis

Es un proceso sistemático de descomposición y examen de algo en sus partes fundamentales para comprenderlo mejor, así lo afirma Abela (2002) "se basa en la lectura (textual o visual) como instrumento de recogida de información, lectura que a diferencia de la lectura común debe realizarse siguiendo el método científico, es decir, debe ser, sistemática, objetiva, replicable, y valida" (p.2). Por lo que el análisis es un enfoque metódico y detallado que implica descomponer y examinar las partes constitutivas de un fenómeno, texto, dato o situación para entender mejor su estructura, funcionamiento y significado, aplicando criterios de objetividad, sistematicidad y validez.

Deducción

Parte de principios o leyes universales para llegar a afirmaciones particulares que necesariamente se derivan de esas premisas. Así lo afirma Zarzar (2015) "sí a partir de premisas verdaderas o conclusiones es necesariamente verdadera. Entonces se afirma que la conclusión es consecuencia lógica de las premisas implican conclusión" (p. 25). En esencia, si las premisas son verdaderas y el razonamiento es válido, la conclusión también será verdadera.

Argumentación

Un buen argumento se basa en premisas claras, relevantes y bien fundamentadas, y utiliza un razonamiento coherente para conectar estas premisas con la conclusión. Según Marraud (2020):

> Argumentar, en su acepción más general, es presentar algo a alguien como una razón para otra cosa. A veces se restringe esta definición mencionando un propósito determinado. Entre los propósitos que suelen mencionarse como propios de la argumentación están persuadir a alguien de esa otra cosa, lograr que asienta a ella o justificarla (p. 10).

La esencia de argumentar incluye persuadir a alguien sobre un punto, obtener su acuerdo o justificar una idea. Por lo que la argumentación se emplea para influir en la comprensión o aceptación de un concepto por parte de otra persona, y puede tener diferentes propósitos, como la persuasión o la justificación.

Integración de recursos tecnológicos

El acelerado desarrollo tecnológico que vive la sociedad demanda de un nuevo espacio en el ámbito de la enseñanza educativa. Según Cacheiro (2015) afirma que "la acción educativa transciende a la tecnología y ha de situarse en una posición de superación continua y de empleo indagador de los significados y potencialidades de los recursos tecnológicos." (p. 25). La integración exitosa de la tecnología en el aula requiere de una planificación cuidadosa, capacitación docente adecuada y una evaluación continua para garantizar que se utilice de manera efectiva y significativa.

Tipos de estrategias

Estas pueden ayudar a crear un ambiente de aprendizaje estimulante y colaborativo, donde los estudiantes se sientan motivados y comprometidos con su educación. El estudio de estas se centrará en: Metacognición, según necesidades especiales y el nivel de estudiantes.

Metacognición

Representa una habilidad para introducirse dentro del ser mismo para reflexionar sobre la forma que optan sus propios procesos mentales. Para Valencia (2021) "se refiere a la capacidad que tienen las personas para gestionar y regular sus propios aprendizajes." (p. 57). Esto implica la habilidad de reflexionar sobre cómo se abordan las tareas cognitivas, evaluar la eficacia de las estrategias utilizadas y ajustarlas según sea necesario para alcanzar los objetivos de aprendizaje.

Según necesidades especiales

Cada estudiante es único y puede tener necesidades diferentes. La educación inclusiva busca proporcionar a todos los estudiantes, incluidos aquellos con necesidades especiales para alcanzar su máximo potencial académico y personal. Sánchez (2005) afirma que “la diversidad está presente en el ser humano: cada persona tiene sus propias características evolutivas, diferentes ritmos de aprendizaje, que, en interacción con su contexto, se traducen en diferentes intereses académicos, profesionales, expectativas y proyectos de vida” (p. 7). Es importante atender a las diferencias individuales en el proceso de aprendizaje, la adaptación de métodos y materiales para satisfacer las diversas capacidades y estilos de aprendizaje, y el reconocimiento de los contextos sociales, culturales y emocionales que influyen en el desarrollo académico y personal de cada estudiante.

Según el nivel de estudiantes

Es habitual centrarse en enseñar contenidos basándose en sus experiencias y conocimientos adquiridos en anteriores cursos y se planifica enseñar los nuevos temas sobre bases que no están bien fortalecidas por parte de los estudiantes haciendo que repercuta directamente sobre su compresión.

Comprender los conocimientos que traen consigo los estudiantes cuando van a tomar una nueva materia puede ayudar al docente a diseñar un manual de instrucción de manera clara y concisa tal como lo afirma Ambrose (2017) el diagnóstico en los estudiantes ayuda a “determinar su conocimiento de una manera más efectiva para promover el aprendizaje, sino también para llenar vacíos, reconocer cuando los estudiantes están aplicando lo que saben de manera incorrecta y trabajar activamente para corregir los conceptos errados”(p. 35). Este enfoque permite intervenir de manera proactiva, brindando retroalimentación específica y dirigida para corregir y fortalecer la comprensión conceptual. Al comprender dónde se producen los errores automáticamente se puede adaptar estrategias de enseñanza y ofrecer actividades diseñadas para abordar las áreas problemáticas.

Evaluación y retroalimentación

La evaluación se debe manejar siempre con su retroalimentación respectiva sobre los conocimientos y habilidades adquiridas que den cuenta sobre el desarrollo que tenga cada estudiante durante su formación académica.

Evaluación formativa y sumativa

La evaluación formativa se trata de un constante análisis que se lleva a cabo durante la enseñanza y el aprendizaje, centrado en la recolección e interpretación de pruebas sobre el progreso de los estudiantes hacia un objetivo específico. Según Rosales (2023) afirma que "la evaluación formativa es eminentemente especifica, trata de detectar el nivel de aprovechamiento de los estudiantes en cada habilidad de aprendizaje y los tipos de errores más frecuentes que se dan en el mismo." (p. 12). Entonces esta se concentra en identificar el grado de dominio de los estudiantes en cada una de las habilidades de aprendizaje, así como en detectar los errores más comunes que cometen en el proceso de resolución permitiendo a los docentes obtener una comprensión detallada del progreso de los estudiantes y de las áreas en las que necesitan más apoyo o instrucción adicional.

La evaluación sumativa mide el conocimiento adquirido por el estudiante durante un determinado periodo académico en donde las calificaciones obtenidas tienen que ser coherentes y estar en consonancia con los logros alcanzados. Con respecto a evaluación sumativa Castillo (2002) afirma que "sirve a cada docente para dialogar con los colegas y estudiantes acerca del deseable rendimiento escolar y de la superación continua en que las dimensiones axiológicas, instructivo-formal, emocional y global han de desear desarrollar en los estudiantes" (p. 196). Entonces esta evaluación se convierte en una herramienta valiosa para proporcionar retroalimentación sobre el desempeño de los estudiantes y para tomar decisiones en términos de promoción escolar, pero no debe ser centrada exclusivamente en obtener calificaciones ya que siempre se debe promulgar el verdadero aprendizaje significativo.

Retroalimentación especifica

La retroalimentación específica para estudiantes de bachillerato es vital para su desarrollo académico y personal, todo esto mediante información clara y concreta sobre su desempeño, destacando tanto sus fortalezas como áreas de mejora. Según Ávila (2009):

> La retroalimentación es un proceso que ayuda a proporcionar información sobre las competencias de las personas, sobre lo que sabe, sobre lo que hace y sobre la manera en cómo actúa. La retroalimentación permite describir el pensar, sentir y actuar de la gente en su ambiente y por lo tanto nos permite conocer cómo es su desempeño y cómo puede mejorarlo en el futuro (p. 5).

Por lo tanto, debe ser constructiva y orientada a objetivos, ayudando a los estudiantes a comprender exactamente qué deben corregir y cómo pueden hacerlo. Conjuntamente, fomenta la autoevaluación y la autoconfianza, ya que los estudiantes reciben guías claras que les permiten ver su progreso y entender los pasos necesarios para alcanzar sus metas.

Constelación de ideas de la variable dependiente

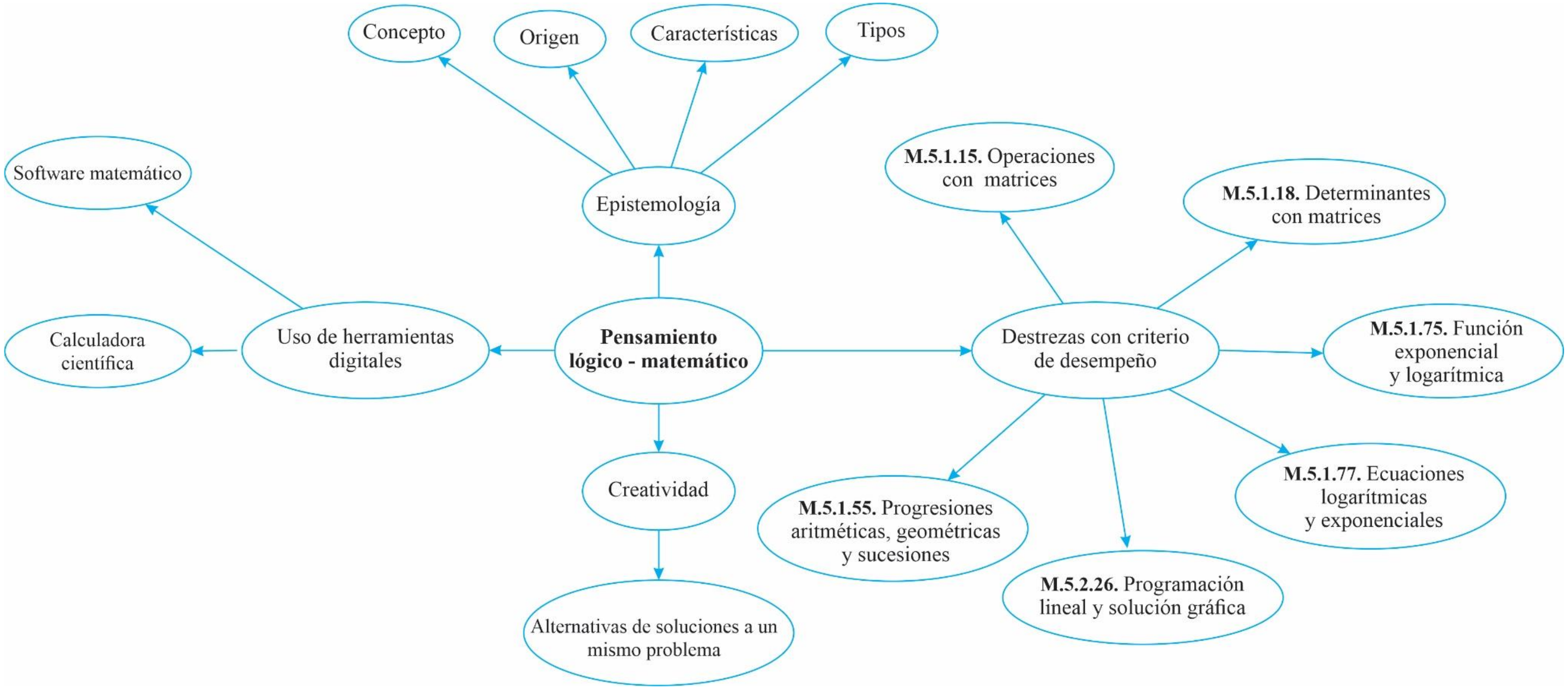


Gráfico No 5. Constelación de ideas Variable dependiente.
Elaborado por: Investigador.

Pensamiento lógico – matemático

Concepto

Según Ordoñez (2018) “es un hábito mental y como tal debe ser desarrollado mediante un uso coherente de la capacidad de razonar y pensar analíticamente, es decir debe buscar conjeturas, patrones, regularidades, en diversos contextos ya sean reales o hipotéticos” (p. 38). La idea central es que las personas desarrollen la capacidad de analizar situaciones, tomar decisiones acertadas y abordar retos desde una perspectiva racional y sistemática, lo que resulta esencial en numerosos campos como la ciencia, la ingeniería, la informática y la resolución de problemas cotidianos.

Origen

Se remonta a la antigüedad, con importantes contribuciones de filósofos, matemáticos y científicos de diversas culturas. Al respecto, Sagüillo (2008) menciona lo siguiente:

> Reúne una serie de aspectos recurrentes que son identificables a lo largo de la historia. Desde los resultados incipientes de la aritmética pitagórica y de la geometría euclídea, hasta los desarrollos modernos de los correspondientes sistemas abstractos de la aritmética de Peano-Gödel y de la geometría de Hillbert, las ciencias deductivas exhiben una tradición de pensamiento sólidamente fundamentada en el valor epistémico de la prueba clásica (p. 5).

Actualmente el razonamiento lógico-matemático es una potente herramienta esencial en diversos campos del conocimiento y continúa en constante aumento con la investigación y la innovación en áreas como la inteligencia artificial y la teoría de la computación.

Características

La característica esencial del pensamiento lógico es mantener una secuencia lógica, consistente de ideas y argumentos basados en conceptos matemáticos mediante la utilización de un lenguaje formal para resolver situaciones problémicas y tomar decisiones acertadas. Así lo menciona Ordoñez (2018) es “el proceso de pensar se presenta como una totalidad coherente y organizada, en lo que se respeta a sus diversos aspectos, modalidades, elementos y etapas" (p. 34). El proceso de pensamiento se desglosa como una estructura integral y cuidadosamente organizada, donde cada uno de sus elementos, como la deducción, la inducción, el análisis, la abstracción, la precisión, la coherencia, la resolución de problemas, la secuencia y el uso de herramientas, juegan un papel esencial y se unen para conformar una red de cognición y comprensión.

Tipos

Se refieren a diferentes enfoques y estrategias utilizadas para resolver problemas y tomar decisiones. A continuación, se menciona los principales tipos:

Razonamiento deductivo

Infieren conclusiones específicas a partir de premisas generales o reglas establecidas. Tal como lo menciona, Irala (2008) "procede de la lógica general y llega a lo particular" (p. 56). Entonces se puede decir parte de principios amplios y universales para llegar a conclusiones más específicas y particulares mediante un proceso lógico y sistemático.

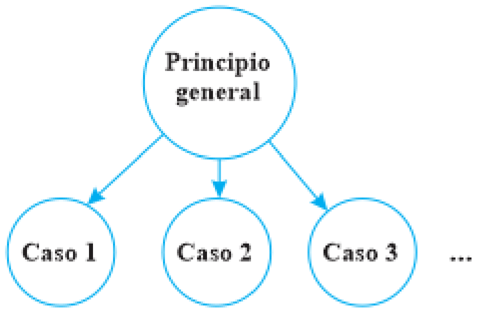


Gráfico No 6. Esquema del razonamiento deductivo
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Propia

Razonamiento Inductivo

Se basa en que, a partir de casos específicos, se llega a una conclusión general. Así lo menciona Gabucio et al. (2005) "partimos de datos para establecer generalizaciones o conclusiones, de acuerdo con los cuales timamos decisiones" (p. 298). Este no garantiza la verdad absoluta de las conclusiones, pero se basa en la probabilidad y en la evidencia empírica para llegar a conclusiones que son consideradas válidas en función de la información disponible.

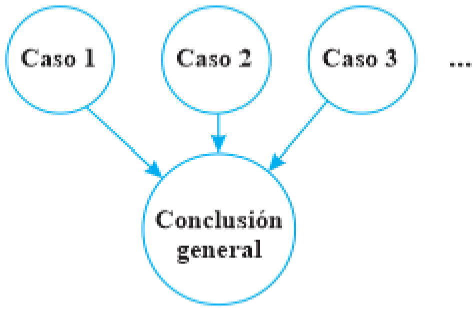


Gráfico No 7. Esquema del razonamiento inductivo.
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Propia.

Razonamiento analítico

Este se basa en el proceso de desglosar problemas que son difíciles de abordar en partes más manejables y comprensibles. Para Almanza (2022) "son aquellos que parten de unas premisas necesarias, o por lo menos, indiscutiblemente verdaderas, y conducen a conclusiones también necesarias o verdaderas, por medio de inferencias válidas" (p. 219). Por lo tanto, es una habilidad esencial para entender, interpretar y resolver problemas de forma estructurada, aplicable en diversos contextos desde el análisis de datos hasta la toma de decisiones.

Razonamiento abstracto

Es generar ideas sin necesidad de emplear objetos tangibles o situaciones reales. Para Gallego (2008) esto representa "lo abstracto, en oposición a lo concreto, podría remitirse a la diferenciación entre representaciones e imágenes mentales" (p. 64). Entonces se puede decir que es la capacidad de pensar en términos de conceptos y principios sin depender de ejemplos concretos o situaciones específicas.

Destrezas con criterio de desempeño

Son habilidades específicas que los estudiantes deben adquirir y demostrar para lograr ciertos estándares de aprendizaje. Estas se definen en función de los objetivos educativos y se evalúan según criterios específicos.

A continuación, se mencionará destrezas que se suelen estudiar en 3ro de bachillerato en la asignatura de matemática:

M.5.1.15. Operaciones con matrices

Son procesos matemáticos para modificar arreglos bidimensionales de números contenidos en filas y columnas. Incluyen suma, resta, multiplicación por un escalar y multiplicación entre matrices.

Suma y resta de matrices

Dadas dos matrices, A y B, de la misma dimensión, m × n, la matriz suma, A + B o A-B, es la que obtenemos sumando los elementos que en cada una de ellas ocupan la misma posición:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix}$$

Resultado de efectuar la operación:

$$A + B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & \dots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & \dots & a_{2n} + b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} & \dots & a_{mn} + b_{mn} \end{pmatrix}$$

Multiplicación por un escalar

Se refiere al producto de un número real por una matriz. En la multiplicación escalar, cada entrada en la matriz se multiplica por el escalar dado, así:

$$k \cdot \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \cdot a_{11} & \cdots & k \cdot a_{1n} \\ k \cdot a_{21} & \cdots & k \cdot a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k \cdot a_{m1} & \cdots & k \cdot a_{mn} \end{pmatrix}$$

Multiplicación de matrices

El producto AB de dos matrices solo está definido si el número de columnas de A es igual al número de filas de B.

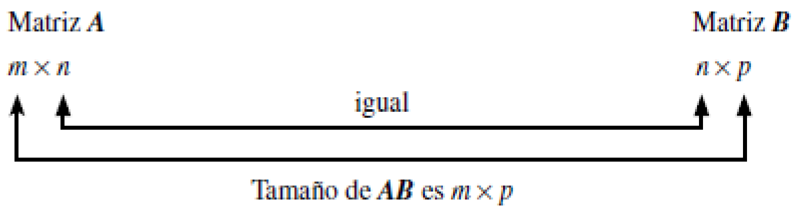


Gráfico No 8. Multiplicación entre matrices
Fuente: CONAMAT (2009)

La matriz producto es de dimensión m × n.

Una vez definido la compatibilidad para esta operación entonces el producto A · B es la que obtenemos de la siguiente forma:

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mk} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & ka_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{k1} & \cdots & ka_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \cdot C_1 & \cdots & F_1 \cdot C_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ F_m \cdot C_1 & \cdots & F_m \cdot C_n \end{pmatrix}$$

A continuación, se exponen las principales propiedades que rigen dentro de la multiplicación entre matrices:

Propiedades de la multiplicación de matrices	
Asociativa	$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
Distributiva por la izquierda de la multiplicación respecto a la adición	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
Distributiva por la derecha de la multiplicación respecto a la adición	$(A + B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C$
No conmutatividad	$A \cdot B \neq B \cdot A$

Cuadro No 1. Propiedades de las multiplicaciones entre matrices
Fuente: (Espinosa & Falconí, 2016)

M.5.1.18. Determinantes con matrices

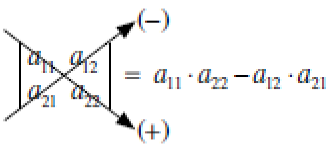
El determinante de una matriz A de orden n, es un número escalar que se relaciona con la matriz, mediante una regla de operación. Denotada por detA = |A|

Determinante de orden 2

Dada la matriz de dimensión 2x2:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

El determinante esta dado por:



Por lo tanto:

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

Determinante de orden 3

Dada la matriz de dimensión 3x3:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Se escribe el determinante de 3x3, para resolverlo se repiten los dos primeros renglones y se multiplican las entradas en diagonal como se indica:

$$det(\mathbf{A}) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{array}{|ccc|l} & & & (-) \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & (-) \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & (-) \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & (+) \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & (+) \\ & & & (+) \end{array}$$

Por lo tanto, el determinante es:

$$\det A = (a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{21} \cdot a_{32} \cdot a_{13} + a_{31} \cdot a_{12} \cdot a_{23}) - (a_{21} \cdot a_{12} \cdot a_{33} + a_{11} \cdot a_{32} \cdot a_{23} + a_{31} \cdot a_{22} \cdot a_{13})$$
$$\det A = a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{21} \cdot a_{32} \cdot a_{13} + a_{31} \cdot a_{12} \cdot a_{23} - a_{21} \cdot a_{12} \cdot a_{33} - a_{11} \cdot a_{32} \cdot a_{23} - a_{31} \cdot a_{22} \cdot a_{13}$$

M.5.1.18. Función exponencial y logarítmica

Función exponencial

Es una expresión matemática que posee una base donde su variable se encuentra en el exponente. La definición de esta función la plantea Stewart (2012) como "La función exponencial con base a esta definida para todos los números reales x por: $f(x) = a^x$, $donde\ a > 0\ y\ a \neq 1$"(p. 302). El estudio de la función es de suma importancia para la comprensión de actividades humanas vinculadas a diversos campos, tales como economía, biología, física entre otros.

Gráficas de funciones exponenciales

Estas muestran cómo el modelado matemático de fenómenos crece o disminuyen rápidamente. Para Haeussler y Paul (2003) "la gráfica de una función exponencial tiene una de las dos formas comunes, dependiendo del valor de la base *a*" (p. 184). La variable independiente x se representa en el eje horizontal, mientras que el valor de la función se muestra en el eje vertical y.

Estas gráficas revelan puntos clave, como dominio, rango, intersecciones con los ejes, monotonía y la rapidez con la que la función se aleja de ellos. Existen dos tipos fundamentales de gráficas para las funciones exponenciales, y estas variaciones se definen según la base utilizada en la función.

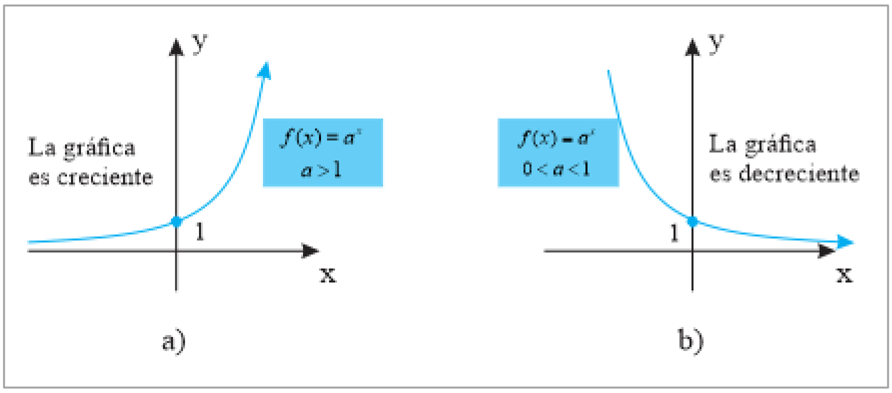


Gráfico No 9. Formas generales de una función exponencial
Elaborado por: Marco Bravo
Fuente: (Haeussler y Paul, 2003, p. 184)

Interés compuesto

Las funciones exponenciales se presentan al calcular interés compuesto el cual es un método donde los intereses generados se añaden al capital original al final de cada período, incrementando así el capital total y acelerando el crecimiento de las ganancias con el tiempo. Según Van Horne y Wachowicz (2002) "implica que los intereses pagados (devengados) sobre un préstamo (una inversión) se agregan de manera periódica al capital" (p. 40). Este proceso conduce a un crecimiento exponencial del capital o de la deuda a lo largo del tiempo.

El interés compuesto se calcula con a fórmula:

$$A(t) = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

donde $A(t) =$ cantidad depués de t años

$P =$ cantidad inicial

$r =$ tasa de interés por año

$n =$ número de veces que el interés se capitaliza por año

$t =$ número de años

Función logarítmica

Transforma números de entrada (variable independiente) usando el principio de logaritmo numérico para generar valores de salida (variable dependiente), donde el comportamiento de esta función crece o disminuye. Según Stewart (2012) la define de la siguiente manera "sea a un número positivo con a ≠1, la función logarítmica con base a se cumplen que: $\log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$. Por lo tanto, $\log_a x$ es el exponente al cual la base a debe ser elevado para obtener x" (p. 315). Esto permite concluir que estas funciones permiten entender y modelar relaciones complejas entre cantidades.

Gráfica de una función logarítmica

Ayuda a comprender mejor el comportamiento de la función logarítmica en diferentes rangos de valores.

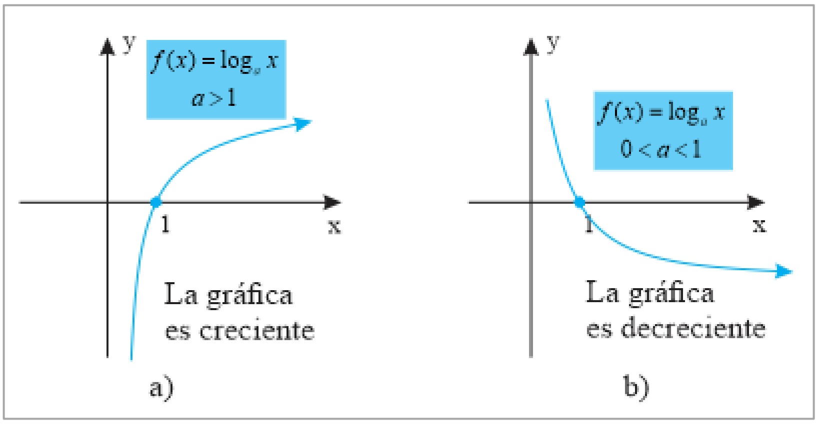


Gráfico No 10. Formas generales de una función logarítmica
Elaborado por: Marco Bravo
Fuente: (Haeussler y Paul, 2003, p. 198)

M.5.1.77. Ecuaciones logarítmicas y exponenciales

Las ecuaciones logarítmicas contienen una o más variables dentro de una función logarítmica, mientras que las ecuaciones exponenciales tienen una o más variables como exponentes de una base. Así lo menciona Haeussler y Paul (2003) "una **ecuación logarítmica** incluye al logaritmo de una expresión que contiene una incógnita. Por otra parte, una **ecuación exponencial** tiene una incógnita que aparece en un exponente" (p. 210). Por lo tanto, estas ecuaciones deben ser resueltas con el uso de propiedades logarítmicas y exponentes para encontrar los valores de las variables que satisfacen la ecuación.

La resolución de estas ecuaciones se basa en la transformación de exponencial a logarítmica o viceversa:

$$a^x = N \qquad \log_a N = x$$

Exponencial $\rightleftarrows$ Logarítmica

Una herramienta muy importante para la resolución de ecuaciones logarítmicas es las propiedades de los logaritmos:

Propiedades Operativas	
1) Logaritmo de un producto	$\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
2) Logaritmo de un cociente	$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$
3) Logaritmo de una potencia	$\log_a x^n = n\log_a x$
4) Logaritmo de la base	$\log_a a^n = n$
5) Logaritmo de la unidad	$\log_a 1 = 0$
6) Potencia logarítmica	$b^{\log_b x} = x$
7) Definición logarítmica	$\log_a N = x \Rightarrow a^x = N$
8) Logaritmo común	$\log_{10} x = \log x$
9) Logaritmo natural	$\log_e x = \ln x$

Cuadro No 2. Propiedades principales de los logaritmos
Elaborado por: Marco Bravo
Fuente: (Silva, 2011, p. 253)

M.5.2.26. Programación lineal y solución gráfica

Se trata de maximizar ganancias o minimizar costos en base a desigualdades de funciones lineales con restricciones. Según Fedossova et al. (2011) "es una rama de la investigación de operaciones que estudia la optimización de una función lineal sujeta a un conjunto de restricciones, también lineales" (p. 7). Entonces esta herramienta matemática ayuda a buscar la mejor solución posible donde se dispone de recursos limitados para problemas de optimización cuando hay restricciones claras.

La estructura para establecer las funciones y las restricciones se puede establecer de la siguiente manera:

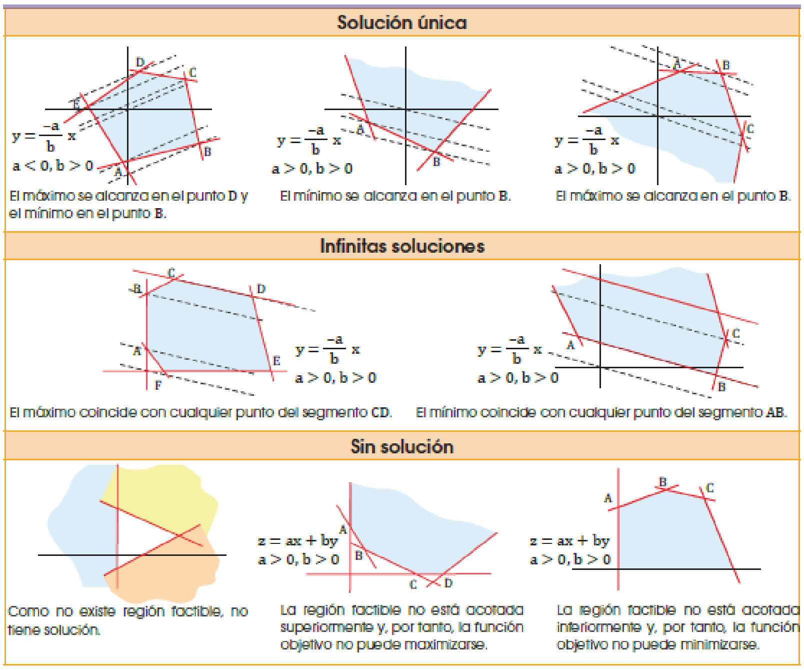
$$\text{Función objetivo: } f\left(x,y\right)=ax+by\rightarrow \text{Máximo ó mínimo}$$

$$\text{Restricciones: }\begin{cases} a_1x+b_1y\neq c_1 \\ a_2x+b_2y\neq c_2 \\ \vdots \\ a_kx+b_ky\neq c_k \end{cases}$$

Donde el símbolo $\neq$ puede ser $>$, $<$, $\leq$ o $\geq$.

Tipos de soluciones

La siguiente tabla muestra los diferentes casos que pueden presentarse.



Cuadro No 3. Tipos de soluciones para un conjunto de restricciones
Fuente: (Espinosa y Falconí, 2016, p. 105)

M.5.1.55. Progresiones aritméticas, geométricas y sucesiones

Progresión aritmética

Se trata de una secuencia de números en la que la diferencia entre cada par de elementos sucesivos es constante. Para Barrios (2019) "es una sucesión en la que cada termino se obtiene sumando al anterior un número fijo llamado diferencia y que se representa con la letra **d**. La diferencia puede ser un numero positivo o negativo" (p. 126). Por ende, esta permite predecir y calcular fácilmente términos futuros de la secuencia y también obtener la suma total de los elementos de una sucesión determinada.

Sea la progresión aritmética $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$, entonces el n-ésimo término de la sucesión está dada por:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

Donde:

$a_n =$ n- ésimo término de la progresión

$a_1 =$ primer término de la progresión

$n =$ número de términos en la progresión

$d =$ razón o diferencia común

Suma de los n primeros términos en una progresión aritmética

Permite calcular la suma total de los términos de la secuencia hasta cierto punto. La fórmula general para efectuar el cálculo es la siguiente:

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

Progresiones geométricas

Es una sucesión de números en la que cada elemento, a partir del segundo, se obtiene multiplicando el término anterior por su razón numérica. Según Ortiz (2015) "es aquella en la que cada término, posterior al primero, se obtiene multiplicando al anterior por una cantidad constante (no nula) a la que se la llama razón de la progresión" (p. 63). Entonces la razón **r** que define la progresión geométrica determina cómo aumentan o disminuyen los términos de la secuencia las cuales las hace útiles para hacer predicciones en una amplia gama de situaciones del mundo real.

Sea la progresión geométrica $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ y razón común r, entonces el n-ésimo término se dine como:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

Donde:

$a_n =$ n- ésimo término

$a_1 =$ primer término

$n =$ número de términos en la progresión

$r =$ razón de la progresión

Suma de los n primeros términos en una progresión geométrica

Es la suma total de todos los elementos de la secuencia hasta el término que se menciona, entonces las suma de los primeros n términos viene dado por:

$$S_n = \frac{a_1\left(r^n - 1\right)}{r - 1}$$

Esta fórmula permite encontrar la suma total de los términos de una progresión geométrica sin tener que sumar cada término individualmente, lo que resulta muy útil cuando se tiene secuencias largas.

Sucesión infinita

Es una secuencia ordenada de números que continúa indefinidamente donde cada elemento está relacionado con los anteriores de acuerdo con alguna regla o patrón específico. Para Larson (2008) "es una función de dominio cuyo conjunto son números enteros positivos. Los valores de la función: $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$, son términos de la sucesión" (p. 642). De acuerdo a su naturaleza pueden converger a un valor finito, divergir hacia el infinito o hacia menos infinito, oscilar o mostrar otros comportamientos complejos.

Entonces siempre los valores de esta serie dependerán de la función matemática que la gobierne:

$$a_n = f(n) \ o \ \{a_n\}$$

Sumas parciales de una sucesión

Son las sumas de un número creciente de términos de la sucesión, comenzando desde el primer término y avanzando hasta un cierto número finito de términos. Para este caso Moreno y Retrepo (2005) lo define de la siguiente manera "es la suma de los n primeros términos de una sucesión se representa con el símbolo $\sum_{k=1}^{n} a_k$, que se lee: suma desde k = 1 hasta k = n de a_k "(p. 82). Entonces permiten entender cómo crece la suma acumulada a medida que se considera más términos de la sucesión.

La representación simbólica de esta operación se establecerá de la siguiente manera:

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + ... + a_n$$

Creatividad

En el pensamiento lógico-matemático, la creatividad se expresa en la capacidad de pensar de manera innovadora y encontrar conexiones adecuadas entre conceptos matemáticos aparentemente diferentes. Para Obradors (2007) "es algo que permite al ser humano ampliar su vida, le da independencia y singularidad y le confiere una capacidad sobrenatural" (p. 37). Entonces significa que ser creativo es pensar de manera diferente, explorar ideas únicas y encontrar conexiones muy relevantes entre conceptos.

Alternativas de soluciones a un mismo problema

Las soluciones a un fenómeno o problema matemático pueden ser de manera más directas y simples, mientras que otras pueden requerir un razonamiento más abstracto o más profundo del tema. La diversidad de enfoque brinda la posibilidad de explorar y entender el problema desde diferentes perspectivas. Serviola (2016) manifiesta que "si el problema no es nuevo o, no conocemos su solución, entonces se ha de poner en juego nuestra imaginación" (p. 17). La presencia de varias alternativas de soluciones a problemas matemáticos promueve el desarrollo de habilidades cognitivas al fomentar la exploración, el razonamiento crítico y la creatividad.

Para dar solución a un problema existe muchas formas de procedimientos, a continuación, en el siguiente cuadro se propone varios modelos a seguir:

Modelos en la resolución de problemas			
Fase	**Modelo de Polya**	**Modelo de Mason-Burton-Stacey**	**Modelo de Miguel de Guzmán**
1	Comprender el problema: Leer y comprenderlo	Abordaje: Definir el problema e identificar actores.	Familiarización: Explorar el problema, buscar patrones y relaciones.
2	Confección de un plan: Identificar datos conocidos, datos necesarios y pasos a seguir.	Ataque: Generar soluciones potenciales al problema.	Búsqueda de estrategias: Generar estrategias potenciales para resolver el problema.
3	Ejecución del plan: Poner en práctica el plan elaborado.	Revisión: Evaluar soluciones potenciales y seleccionar la mejor.	Llevar adelante la estrategia: Poner en práctica la estrategia elegida y evaluar su eficacia.
4	Examinar la solución: Revisar la solución para asegurar que sea correcta y completa.	Revisión del proceso: Reflexionar sobre el proceso de resolución de problemas y sacar lecciones aprendidas.	

Cuadro No 4. Tipos de modelos en la resolución de problemas
Fuente: (Camacho et al., 2002, p. 331)

No existe un modelo único de resolución de problemas que sea el mejor para todas las situaciones todo dependerá de la problemática que se esté tratando de resolver.

Para poder generar varias soluciones en los problemas se recomienda seguir los siguientes consejos:

- Practicar la resolución de problemas con regularidad
- Desarrollar diferentes estrategias de resolución
- Ser creativo
- Ser persistente

Uso de herramientas digitales

Ofrecen un sinfín de posibilidades para transformar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el aula, los docentes pueden crear experiencias de aprendizaje más dinámicas, interactivas y personalizadas.

Software matemático

En el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática constituyen los softwares más usados, tal como lo menciona (Morales y Blanco, 2019) cómo; MatLab, Maple, Mathematica, Mathcad, GeoGebra, Derive, SPSS, Statgraphics y WinQSB.

Estos programas proporcionan un entorno interactivo que permite a los usuarios realizar cálculos, visualizar datos, explorar conceptos matemáticos y resolver problemas de manera eficiente. Así lo menciona Chila et al. (2022) "la comprobación de solución de problemas aritméticos y algebraicos con el uso de software matemático innova la mediación que desde la metodología se favorece la integración del conocimiento del área" (p. 52). Por lo que representa una poderosa herramienta para impulsar la innovación, la comprensión y el progreso en el campo de las matemáticas y otras ciencias.

Calculadora científica

Al familiarizarse con las funciones y capacidades de una calculadora científica los estudiantes adquieren habilidades que les serán útiles en su futuro como profesionales. Por otro lado, Álvarez (1995) afirma que "cuando es necesario realizar cálculos para resolver un problema el estudiante debe ser capaz de decidir si es adecuado un cálculo aproximado o un cálculo exacto y si este debe realizarse mentalmente o con la calculadora" (p. 7). Es importante que los estudiantes tengan habilidades básicas de cálculo numérico manual, la calculadora complementa este proceso al brindar acceso rápido a funciones avanzadas y capacidades gráficas.

CAPÍTULO II

DISEÑO METODOLÓGICO

Enfoque y diseño de la investigación

La investigación es muy fundamental para mejorar la calidad de vida de la sociedad por lo que se convierte en un compromiso crucial para la transformación de la problemática que se tiene como reto superarla. Es por ello que este estudio está basado en un enfoque cuantitativo, que se basa en la recolección de datos y análisis de datos numéricos obtenidos a través de encuestas con preguntas en la escala de Likert. Así lo menciona Ñaupas et al (2019):

> Así, gracias a la estadística se puede cuantificar o dimensionar el comportamiento de los hechos y variables de una población determinada, realizar comparaciones, descripciones, predicciones, correlaciones, que permiten explicar y llegar a conclusiones, con cierta precisión sobre los fenómenos en estudio. (p. 50).

De acuerdo a lo citado, es importante el uso de las herramientas de investigación ya que estas al fusionarse con la estadística permiten tener una certeza de la realidad mediante el empleo de gráficos estadísticos, los cuales están orientados a mostrar en donde está la problemática y serán de apoyo para brindar una solución.

Es descriptivo, según Rodríguez comprende registro, análisis e interpretación de la naturaleza actual, composición o procesos de los fenómenos. El enfoque se hace sobre conclusiones dominantes, o sobre como una persona, grupo o cosa, se conduce o funciona en el presente. (Rodríguez E., 2005, p. 25). Adicional a esto se puede acentuar que este enfoque se centra en determinar el estado actual del razonamiento lógico matemático de los estudiantes y sus percepciones sobre las estrategias metodológicas empleadas.

Este proyecto también se apoya en registros bibliográfico debido al exigencia de una revisión exhaustiva de literatura existente sobre el tema de estudio con el objetivo de recompilar, analizar y sintetizar información sobre fuentes académicas como artículos de revista, libros y tesis para construir un marco teórico sólido que sustente este trabajo.

Por último, tiene también un nivel explicativo puesto que se centra en investigar las cusas y efectos de la problemática, así lo afirma Gómez (2006):

> Los estudios explicativos van más allá de la descripción de conceptos o de fenómenos o del establecimiento de relaciones de conceptos; están dirigidos a encontrar las causas de los eventos, sucesos y fenómenos físicos o sociales. Como su nombre lo indica, su interés se centra en explicar porque ocurre u ocurrió un fenómeno y en qué condiciones se da o se dio este, o porque se relacionan dos o más variables de determinada manera (p. 68).

Entonces este proyecto se centra en investigar y aclarar las relaciones de causa y efecto entre las estrategias metodológicas implementadas y el mejoramiento del razonamiento lógico matemático en los estudiantes de 3ro BGU ya que esto permite comprender los mecanismos a través de los cuales estas estrategias afectan el rendimiento y el desarrollo del pensamiento lógico-matemático.

Descripción de la muestra y contexto de investigación

La investigación se desarrolla dentro del contexto del estado ecuatoriano, bajo la normativa de la Constitución y del Ministerio de educación. Específicamente en la Unidad Educativa Fiscomisional María Inmaculada, ubicada en el centro norte de la región amazónica del país, en la provincia de Napo, Cantón Archidona, Parroquia Archidona; perteneciente a la Zona 2 de educación (Napo-Pichincha rural), Distrito 15D01 Tena, de sostenimiento fiscal y régimen sierra. Atiende a una población de educativa de niños, niñas y adolescentes del sector, caracterizado por la ubicación estratégica que facilita la movilidad y por el desarrollo turístico.

La Institución Educativa está conformada en la actualidad por 1578 estudiantes y 76 docentes calificados en las diferentes áreas del conocimiento, los mismos que están organizados en la sección Matutina. Actualmente, dentro de su oferta educativa, cuenta con Nivel Inicial, Preparatoria, Educación General Básica, Bachillerato General Unificado en Ciencias y Bachilleratos Técnicos con su correspondiente especialización en Contabilidad.

Para efectos del presente estudio se ha considerado una población de 102 individuos conformada por estudiantes de Tercer Año de Bachillerato y docentes que imparten las asignaturas de Física y Matemática.

Cuadro No 5. Población

UNIDADES DE OBSERVACIÓN		**No.**	**PORCENTAJE**
Docentes	Mujeres	1	28,57
	Hombres	5	71,43
Estudiantes de 3ro BGU	Mujeres	69	71,88
	Hombres	29	28,12
TOTAL		**102**	**100,00**

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Registros Unidad Educativa

Por tratarse de una población finita y que no supera el límite permitido (<=300) se puede considerar trabajar con la totalidad de individuos.

Proceso de recolección de datos

Para la recolección de los datos se aplicó dos encuestas dirigidas a estudiantes con once (11) preguntas y docentes con diez (10) preguntas relacionadas con las variables dependiente e independiente. Para la construcción de dicho instrumento se elaboró las matrices de operacionalización de variables, las mismas que garantizarán una medición válida y confiable de las variables de estudio.

Cuadro No 6. Operacionalización de la variable independiente

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES	ÍTEMS	TÉCNICAS / INSTRUMENTOS
INDEPENDIENTE: ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS Son procedimientos planificados en la **selección de estrategias** y estructuras que se utilizan por parte del formador para la investigación o en la **adaptación de aprendizajes** en temas concretos dentro del contexto educativo. La correcta aplicación de estas permite desarrollar capacidades de **pensamiento crítico** en el estudiante, tales como: Observar, analizar, formular hipótesis, mejorar la adquisición e interpretación de la información impartida. En el conocimiento adquirido debe **existir evaluación y retroalimentación.** (Guerrero, 2019)	Epistemología	Origen Importancia	1. ¿Considero que las actividades prácticas, diálogos en grupo, enseñanza diferenciada, tecnología activa entre otras hace de los entornos de aprendizaje un lugar idóneo para cultivar el pensamiento crítico en los estudiantes?	Docentes **Técnica:** Encuesta **Instrumento:** Cuestionario
	Características	Actividades interactivas y prácticas. Actividades que requieran análisis, deducción y argumentación. Integración de recursos tecnológicos.	2. ¿Diseño nuevas formas de enseñanza a partir del proceso del ABP, talleres dinámicos, materiales didácticos y guías de estudio? 3. ¿Utilizo análisis, deducción y argumentación para desarrollar el razonamiento lógico? 4. ¿Empleo los recursos abiertos (Blogs, podcast, simuladores) como estrategias para la enseñanza de la matemática?	
	Tipos de Estrategias	Estrategia según el nivel de estudiantes. Estrategias según necesidades especiales. Metacognición para reflexionar sobre el proceso de resolución de problemas.	5. ¿Utilizo instrumentos de evaluación diagnóstica (Observación, lluvia de ideas, entrevista, simuladores, etc.) para programar contenidos? 6. ¿Creo ambientes inclusivos y accesibles para dar apoyo individualizado a estudiantes con necesidades especiales? 7. ¿Utilizo la planificación, monitoreo y autoevaluación para fortalecer la reflexión en los estudiantes sobre su propio proceso de aprendizaje? 8. ¿Utilizo técnicas de autorreflexión (inteligencia emocional, metas, prioridades, adaptaciones) para resolver matemáticos?	
	Evaluación y retroalimentación de estrategias aplicadas	Métodos de evaluación formativa y sumativa Retroalimentación específica para mejorar el razonamiento.	9. ¿Empleo cuestionarios, lecciones, proyectos, portafolios, autoevaluaciones como instrumentos fundamentales para medir la criticidad en el pensamiento lógico-matemático? 10. ¿Desarrollo retroalimentación de conocimientos mediante tutorías, educación en línea y actividades lúdicas?	

Elaborado por: Investigador
Fuente: Investigador

Cuadro No 7. Operacionalización de la variable dependiente

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES	ÍTEMS	TÉCNICAS / INSTRUMENTOS
DEPENDIENTE: PENSAMIENTO LÓGICO – MATEMÁTICO Es la capacidad cognitiva de **comprender conceptos**, razonar y dar solución a problemas relacionados con lo numérico, geometría, patrones y operaciones empleando el razonamiento deductivo e inductivo. (Luria, 1976) Se acentúa la importancia del entendimiento conceptual y la correcta aplicación de las reglas matemáticas en la aplicación de **destrezas con criterio de desempeño** fomentando así la creatividad y el **uso de las herramientas tecnológicas.**	Pensamiento Lógico matemático	Origen Características Tipos	1. ¿Conozco las herramientas necesarias para analizar y resolver problemas académicos y personales? 2. ¿Uso elementos como la deducción, la inducción, el análisis, la abstracción, la precisión, la coherencia para la resolución de problemas? 3. ¿A partir de la búsqueda de datos planteo soluciones a través del pensamiento inductivo y deductivo?	Estudiantes **Técnica:** Encuesta **Instrumento:** Cuestionario
	Destrezas Con criterio de desempeño	**M.5.1.15.** Realizar las operaciones de adición y producto entre matrices M2×2 [R], producto de escalares por matrices M2×2 [R], potencias de matrices M2×2 [R] aplicando las propiedades de números reales.	4. ¿Domino los procesos de operaciones de adición, producto y potencias con matrices?	
		M.5.1.18. Calcular determinantes de matrices reales cuadradas de orden 2 y 3 para resolver sistemas de ecuaciones.	5. ¿Domino los procesos algebraicos para calcular determinantes de matrices reales cuadradas de orden 2 y 3 en sistemas de ecuaciones?	
		M.5.1.75. Reconocer a la función logarítmica como la función inversa de la función exponencial para calcular el logaritmo de un número y graficarla analizando esta relación para determinar sus características.	6. ¿Construyo la gráfica de la función logarítmica y la función exponencial en el plano cartesiano para analizar sus características?	
		M.5.1.77. Aplicar las propiedades de los exponentes y los logaritmos para resolver sistemas de ecuaciones con funciones exponenciales y logarítmicas con ayuda de las TIC**.**	7. ¿Uso adecuadamente las reglas y herramientas tecnológicas para dar solución a ecuaciones exponenciales y logarítmicas?	

		M.5.2.26. Realizar un proceso de solución gráfica y analítica del problema de programación lineal graficando las inecuaciones lineales, determinando los puntos extremos del conjunto de soluciones factibles y encontrar la solución óptima.	8. ¿Construyo y analizo graficas de sistemas de inecuaciones lineales para determinar el área factible en problemas de programación lineal?
		M.5.1.55. Aplicar los conocimientos sobre progresiones aritméticas, progresiones geométricas y sumas parciales finitas de sucesiones numéricas para resolver aplicaciones en general y de manera especial en el ámbito financiero de las sucesiones numéricas reales.	9. ¿Determino los patrones de comportamiento en sucesiones numéricas relacionadas con progresiones aritméticas, geométricas y sumas parciales?
	Creatividad	Alternativas de soluciones múltiples para un mismo problema	10. ¿Utilizo algoritmos, datos, relaciones, patrones entre otros para generar múltiples soluciones a un mismo problema?
	Uso de herramientas y tecnologías	Competencia para utilizar software matemático y uso de calculadoras científicas	11. ¿Complemento mis conocimientos utilizando la calculadora científica y programas como Matlab, Mathcad, GeoGebra, Derive u otros?

Elaborado por: Investigador
Fuente: Investigador

Para la recolección de datos se diseñó una encuesta con la escala de Likert que es una técnica comúnmente utilizada en investigaciones cuantitativas para medir actitudes, percepciones y opiniones de los participantes, así lo afirma Múria y Gil (1998):

> Conocida como escala de Likert, es una forma muy común de medir actitudes, obteniendo el grado de acuerdo o desacuerdo con una serie de juicios establecidos con anterioridad. Es muy importante destacar que un desacuerdo con algo no implica necesariamente un acuerdo con lo opuesto (p. 32).

La ponderación o puntaje que se asigna de acuerdo a la afirmación es: (1) Siempre, (2) Casi Siempre, (3) A veces, Rara vez (4) y Nunca (5).

Una vez elaborado el instrumento se ha procedido a determinar su validez a través de Juicio de Expertos, para este efecto se contó con el apoyo de docente de Maestría en Educación de la Universidad Indoamérica y un docente investigador de la institución educativa. La valoración del cuestionario fue de forma cualitativa mediante el formato especificado en el Anexo 1, el mismo que considera los siguientes criterios de validación generales: a) El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para su llenado, b) La escala propuesta para medición es clara y pertinente, c) Los ítems permiten el logro de los objetivos de investigación, d) Los ítems están distribuidos en forma lógica y secuencial, y; e) Si el número de ítems es suficiente para la investigación.; mientras que, los criterios de validación específicos fueron: a) Claridad en la redacción, b) Presenta coherencia interna, c) Libre de inducción a respuestas, d) Lenguaje culturalmente pertinente, e) Mide la variable de estudio y; f) Si se recomendaba eliminar o modificar el ítem.

Con referencia a la confiabilidad se ejecutó una encuesta piloto con la participación de catorce (14) estudiantes y tres (3) docentes con la finalidad de obtener el Alfa de Cronbach. Según el cálculo el resultado de fiabilidad para el cuestionario de estudiantes es 0,858 y para el cuestionario de docentes es 0,736 valores que se mantienen dentro de los parámetros óptimos (de 0,80 a 0,90) y garantizan la aplicación del instrumento.

Cuadro No 8. Alfa de Cronbach estudiantes

ALFA DE CRONBACH	N° DE ELEMENTOS
.858	11

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a estudiantes.

Cuadro No 9. Alfa de Cronbach docentes

ALFA DE CRONBACH	N° DE ELEMENTOS
.736	10

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a docentes.

Con la autorización de la máxima autoridad de la Institución Educativa se procede a aplicar la encuesta dirigida a estudiantes de Tercer Año de Bachillerato y docentes de las asignaturas de Física y Matemática a través de un formulario configurado en Google Forms e impreso para estudiantes que no posee conexión a internet (Anexo 3).

Análisis de resultados

Una vez recopilados todos los datos, se llevó a cabo una revisión exhaustiva para asegurar que no hubiera errores ni datos faltantes. Posteriormente, se utilizó el Excel para realizar un análisis de frecuencias y porcentajes de cada ítem, presentando los resultados en cuadros y gráficos.

Cuestionario para estudiantes

Los ítems generales permiten conocer que en la investigación participaron 96 estudiantes, distribuidos en cuatro paralelos, de ellos el 28,13% pertenecen al paralelo A, el 27,08% al paralelo B, el 23,96% al paralelo C y el 20,83% al paralelo D. Los resultados evidencian una participación uniforme de los estudiantes.

Cuadro No 10. Paralelos correspondientes a 3ro BGU

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Ciencias A	27	28,13	28,13	28,13
Ciencias B	26	27,08	27,08	55,21
Ciencias C	23	23,96	23,96	79,17
Ciencias D	20	20,83	20,83	100,00
Total	96	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a estudiantes.

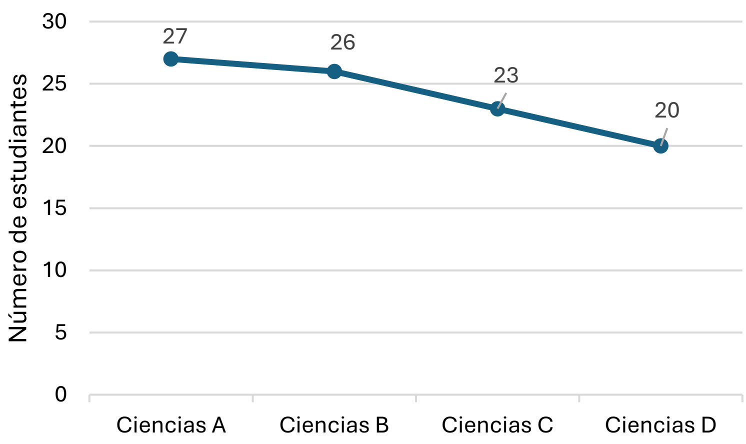


Gráfico No 11. Paralelos correspondientes a 3ro BGU
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta estudiantes

Por otro lado, con relación a la edad de los participantes se puede mencionar que oscila entre los 17 y 18 años, con una participación del 65,63% de estudiantes de 17 años y un 34,38 % de estudiantes de 18 años. La media aritmética corresponde a 17,34.

Cuadro No 11. Edad de los estudiantes

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
17 años	63	65,63	65,63	65,63
18 años	33	34,38	34,38	100
Total	96	100,0	100,0	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a estudiantes.

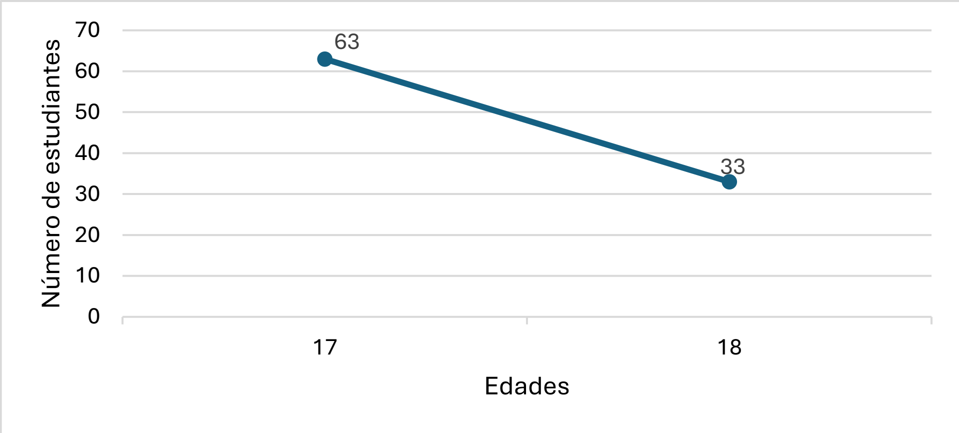


Gráfico No 12. Edad de los estudiantes
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta estudiantes.

Pregunta 1.- ¿Conozco las herramientas necesarias para analizar y resolver problemas académicos y personales?

Cuadro No 12. Pregunta 1 de la encuesta a estudiantes

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Siempre	11	11,46	11,46	11,46
Casi siempre	35	36,46	36,46	47,92
A veces	48	50,00	50,00	97,92
Rara vez	1	1,04	1,04	98,96
Nunca	1	1,04	1,04	100,00
Total	96	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a estudiantes.

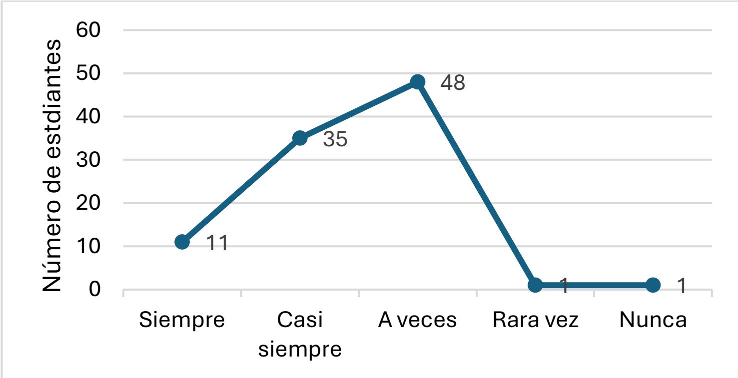


Gráfico No 13. Resultados estudiantes pregunta 1.
Elaborado por: Investigadora.
Fuente: Encuesta estudiantes.

De acuerdo a los resultados obtenidos (Cuadro N°12), el 11,46 % de estudiantes señala que siempre conocen las herramientas necesarias para analizar y resolver problemas académicos y personales, el 36,46% casi siempre, el 50 % a veces, el 1,04 % rara vez y 1,04% nunca. Se evidencia que la gran mayoría de estudiantes puede desenvolverse ante una situación problémica ya que conocen las herramientas necesarias para dar solución oportuna, ahora también existe una minoría de estudiantes que carecen de este sentido el cual indica que puede existir en los futuros estudiantes de 3ro BGU esta necesidad, por lo que se debe anticipar con plan para disminuir y brindar la oportuna retroalimentación y fomentar su práctica correcta en la resolución de problemas de carácter matemático.

Pregunta 2.- ¿Uso elementos como la deducción, la inducción, el análisis, la abstracción, la precisión, la coherencia para la resolución de problemas?

Cuadro No 13. Pregunta 2 de la encuesta a estudiantes

	Frecuencia	**Porcentaje**	**Porcentaje Válido**	**Porcentaje Acumulado**
Siempre	14	14,58	14,58	14,58
Casi siempre	33	34,38	34,38	48,96
A veces	40	41,67	41,67	90,63
Rara vez	8	8,33	8,33	98,96
Nunca	1	1,04	1,04	100,00
Total	96	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a estudiantes.

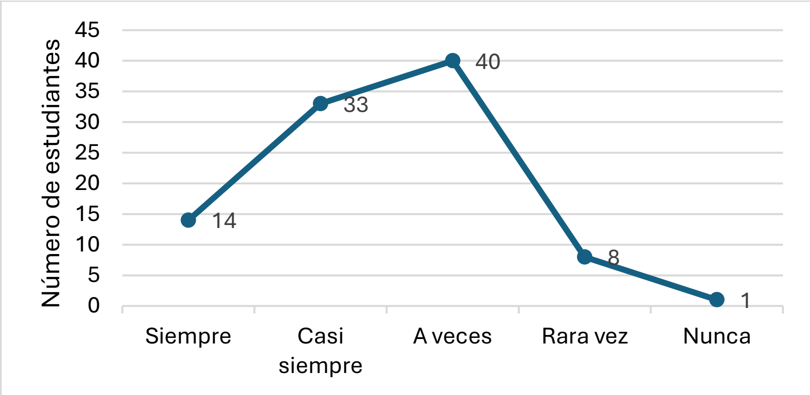


Gráfico No 1. Resultados estudiantes pregunta 2.
Elaborado por: Investigadora.
Fuente: Encuesta estudiantes.

De acuerdo con los resultados obtenidos (Cuadro N°13), el 14,58 % de estudiantes señala que a siempre utilizan la deducción, la inducción, el análisis, la abstracción, la precisión, la coherencia para la resolución de problemas, el 34,38% casi siempre, el 41,67 % a veces, el 8,33 % rara vez y 1,04% nunca. Es notorio observar en los datos que la gran mayoría de estudiantes organiza sus ideas empleando los elementos mencionados en la encuesta, esto favorece en gran manera a enriquecer el criterio y experiencia en la solución de problemas. A pesar de esto existe una minoría de estudiantes tienen dificultad para organizarse al momento de plantearles algún problema, esto se debe en gran manera a la falta de disciplina, lo cual se convertiría en una gran oportunidad para brindarles esas herramientas mediante planes de clases en donde ellos exploren estos elementos y se familiaricen con estos para así fomentar un mejor pensamiento al momento de desenvolverse ante una situación problémica.

Pregunta 3.- ¿A partir de la búsqueda de datos planteo soluciones a través del pensamiento inductivo y deductivo?

Cuadro No 14. Pregunta 3 de la encuesta a estudiantes

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Siempre	10	10,42	10,42	10,42
Casi siempre	38	39,58	39,58	50,00
A veces	36	37,50	37,50	87,50
Rara vez	12	12,50	12,50	100,00
Nunca	0	0,00	0,00	100,00
Total	96	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a estudiantes.

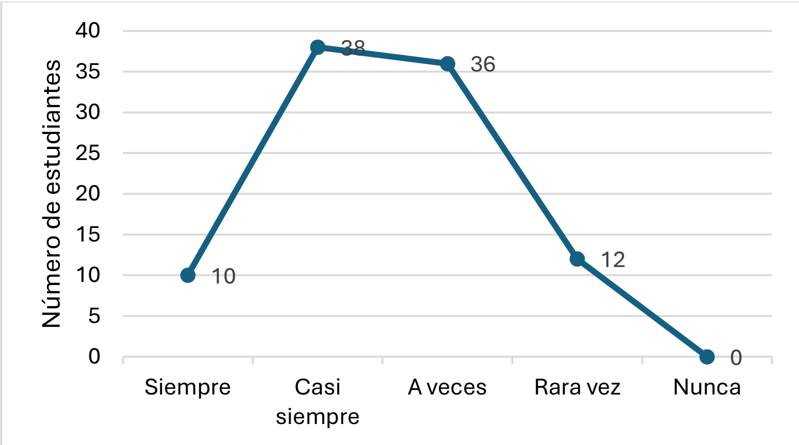


Gráfico No 14. Resultados estudiantes pregunta 3.
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta estudiantes.

En este ítem, el 10,42 % de estudiantes señala que a siempre a través de la búsqueda de datos plantea soluciones a través del pensamiento inductivo y deductivo, el 39,58 % casi siempre, el 37,50 % a veces y el 12,50 % rara vez (Cuadro N°14). De acuerdo con los datos recompilados se muestra que la mayoría de los estudiantes recurren frecuentemente al pensamiento inductivo y deductivo para plantear soluciones a partir de un enunciado dado. Muchos estudiantes utilizan estos métodos con regularidad, mientras que otros los emplean de forma ocasional. Un grupo de estudiantes usa estas herramientas de forma limitada. Para mejorar, se propone un plan de capacitación con talleres prácticos, ejercicios regulares y tutorías personalizadas para fomentar el pensamiento inductivo y deductivo.

Pregunta 4.- ¿Domino los procesos de operaciones de adición, producto y potencias con matrices?

Cuadro No 15. Pregunta 4 de la encuesta a estudiantes

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Siempre	9	9,38	9,38	9,38
Casi siempre	40	41,67	41,67	51,04
A veces	31	32,29	32,29	83,33
Rara vez	16	16,67	16,67	100,00
Nunca	0	0,00	0,00	100,00
Total	96	100,0	100,0	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a estudiantes.

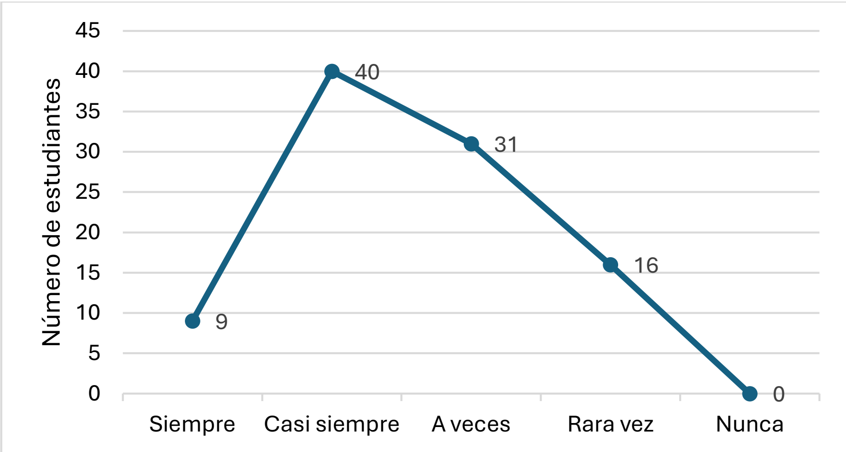


Gráfico No 15. Resultados estudiantes pregunta 4.
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta estudiantes.

Los resultados advierten que el 9,38 % de estudiantes señalan que siempre dominan los procesos de operaciones de adición, producto y potencias con matrices, el 41,67% casi siempre, el 32,29 % a veces, el 16,67 % rara vez y ninguno desconoce del tema (Cuadro N°15). Según los resultados, hay una distribución variada en cuanto al dominio de los procesos de operaciones con matrices entre los estudiantes encuestados. Aunque un pequeño porcentaje señala dominarlo siempre y la mayoría lo hace casi siempre, hay una proporción significativa que a veces o rara vez demuestra ese dominio. Esto sugiere que podría ser beneficioso implementar estrategias adicionales de enseñanza y práctica que refuercen estos conceptos.

Pregunta 5.- ¿Domino los procesos algebraicos para calcular determinantes de matrices reales cuadradas de orden 2 y 3 en sistemas de ecuaciones?

Cuadro No 16. Pregunta 5 de la encuesta a estudiantes

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Siempre	15	15,63	15,63	15,63
Casi siempre	28	29,17	29,17	44,79
A veces	33	34,38	34,38	79,17
Rara vez	15	15,63	15,63	94,79
Nunca	5	5,21	5,21	100,00
Total	96	100,0	100,0	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a estudiantes.

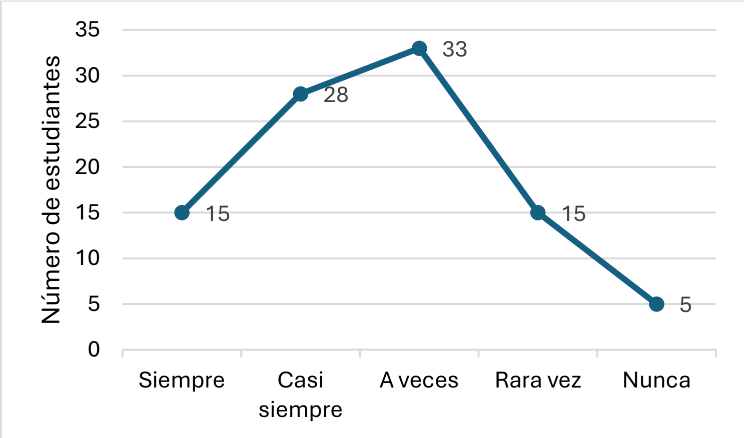


Gráfico No 16. Resultados estudiantes pregunta 5.
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta estudiantes.

Con base en el criterio de los estudiantes, el 15,63% señala que siempre domina los procesos algebraicos para calcular determinantes de matrices reales cuadradas de orden 2 y 3 en sistemas de ecuaciones, se tiene un 29,17 % casi siempre, un 34,38% a veces, un 15,63% rara vez y un 5,21% nunca (Cuadro N°16). Existe variabilidad en el dominio de los procesos algebraicos para calcular determinantes de matrices en sistemas de ecuaciones. Un grupo minoritario muestra dominio consistente, mientras que la mayoría tiene habilidades variables. Para mejorar, se recomienda implementar métodos de enseñanza más prácticos y participativos.

Pregunta 6.- ¿Construyo la gráfica de la función logarítmica y la función exponencial en el plano cartesiano para analizar sus características?

Cuadro No 17. Pregunta 6 de la encuesta a estudiantes

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Siempre	13	13,54	13,54	13,54
Casi siempre	22	22,92	22,92	36,46
A veces	32	33,33	33,33	69,79
Rara vez	23	23,96	23,96	93,75
Nunca	6	6,25	6,25	100,00
Total	96	100,0	100,0	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a estudiantes.

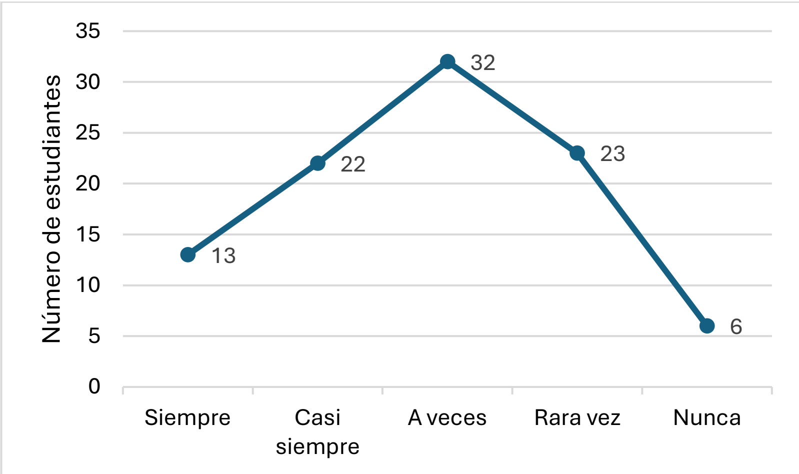


Gráfico No 17. Resultados estudiantes pregunta 6.
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta estudiantes.

El 13,54 % de estudiantes señala que siempre construye la gráfica de la función logarítmica y la función exponencial en el plano cartesiano para analizar sus características, el 22,92% casi siempre, el 33,33 % a veces, el 23,96 % rara vez y el 6,25% nunca (Cuadro N°17). Un número considerable de estudiantes indicó que a veces o rara vez realiza esta actividad, mientras que una minoría significativa la realiza siempre o casi siempre. Se identifica una oportunidad para mejorar la comprensión de estas funciones mediante métodos más prácticos y visuales, utilizando ejemplos reales e implementando sesiones interactivas para construir gráficas.

Pregunta 7.- ¿Uso adecuadamente las reglas y herramientas tecnológicas para dar solución a ecuaciones exponenciales y logarítmicas?

Cuadro No 18. Pregunta 7 de la encuesta a estudiantes

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Siempre	19	19,79	19,79	19,79
Casi siempre	28	29,17	29,17	48,96
A veces	34	35,42	35,42	84,38
Rara vez	11	11,46	11,46	95,83
Nunca	4	4,17	4,17	100,00
Total	96	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigadora.
Fuente: Cuestionario dirigido a estudiantes.

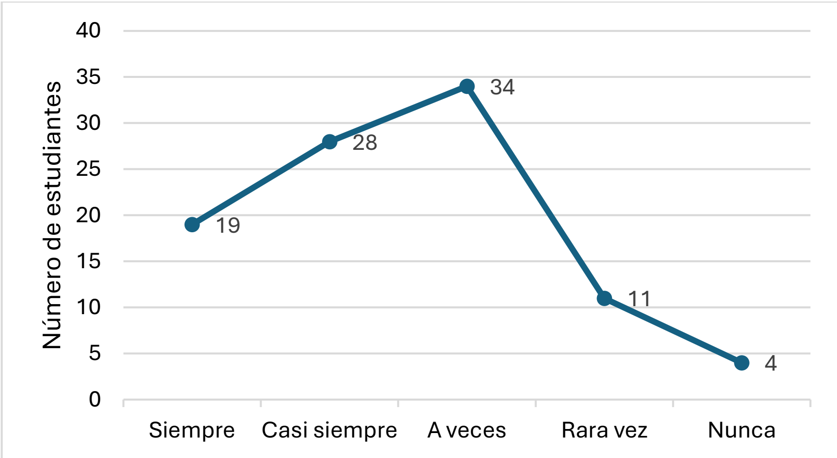


Gráfico No 18. Resultados estudiantes pregunta 7.
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta estudiantes.

Considerando el criterio de los estudiantes, el 19,79 % responde que siempre usan adecuadamente las reglas y herramientas tecnológicas para dar solución a ecuaciones exponenciales y logarítmicas, un 29,17 % casi siempre, un 35,42% a veces, un 11,46% rara vez y un 4,17% nunca (Cuadro N°18). El uso de reglas y herramientas tecnológicas para resolver ecuaciones exponenciales y logarítmicas muestra una variabilidad significativa. Mientras algunos reportaron un uso efectivo y frecuente de estas herramientas, otros admitieron utilizarlas ocasional o raramente, e incluso algunos nunca las usan. Para mejorar esta situación, sería útil implementar estrategias más interactivas y prácticas en el aula.

Pregunta 8.- ¿Construyo y analizo graficas de sistemas de inecuaciones lineales para determinar el área factible en problemas de programación lineal?

Cuadro No 19. Pregunta 8 de la encuesta a estudiantes

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Siempre	6	6,25	6,25	6,25
Casi siempre	28	29,17	29,17	35,42
A veces	33	34,38	34,38	69,79
Rara vez	18	18,75	18,75	88,54
Nunca	11	11,46	11,46	100,00
Total	96	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a estudiantes.

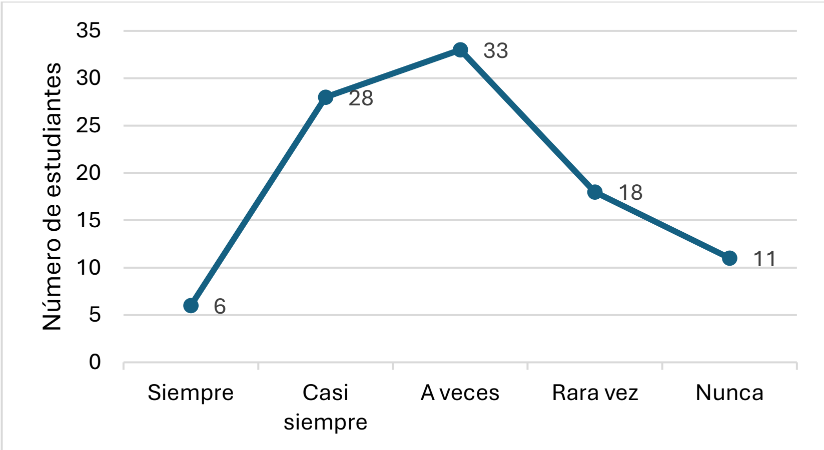


Gráfico No 19. Resultados estudiantes pregunta 8.
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta estudiantes.

Considerando el criterio de los estudiantes, el 6,25 % responde que siempre pueden construir y analiza las gráficas de sistemas de inecuaciones lineales para determinar el área factible en problemas de programación lineal, un 29,17 % casi siempre, un 34,482% a veces, un 18,75% rara vez y un 11,46% nunca (Cuadro N°19). Muchos estudiantes sólo ocasionalmente construyen y analizan gráficas de sistemas de inecuaciones lineales para determinar el área factible en problemas de programación lineal, y algunos no lo hacen en absoluto. Es necesario fortalecer este aspecto del aprendizaje. Para mejorar, se recomienda integrar ejercicios prácticos con problemas reales, ejemplos visuales en clase y el uso de software interactivo.

Pregunta 9.- ¿Determino los patrones de comportamiento en sucesiones numéricas relacionadas con progresiones aritméticas, geométricas y sumas parciales?

Cuadro No 20. Pregunta 9 de la encuesta a estudiantes

	Progresión aritmética	Progresión geométrica	Sumas parciales
Siempre	6	7	14
Casi siempre	29	25	23
A veces	41	37	35
Rara vez	13	21	9
Nunca	7	6	15
Total	96	96	96

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a estudiantes.

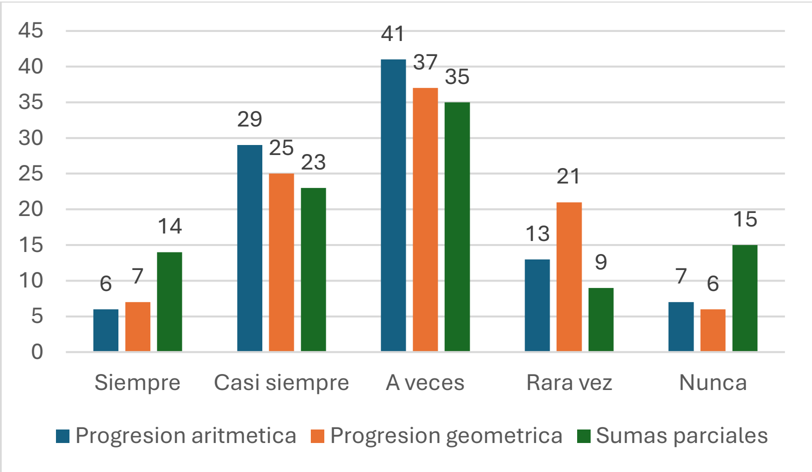


Gráfico No 20. Frecuencias en estudiantes pregunta 9.
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta estudiantes.

Análisis de frecuencias por cada ítem – Pregunta 9

Cuadro No 21. Frecuencias - Progresiones Aritméticas

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Siempre	6	6,25	6,25	6,25
Casi siempre	29	30,21	30,21	36,46
A veces	41	42,71	42,71	79,17
Rara vez	13	13,54	13,54	92,71
Nunca	7	7,29	7,29	100,00
Total	96	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a estudiantes.

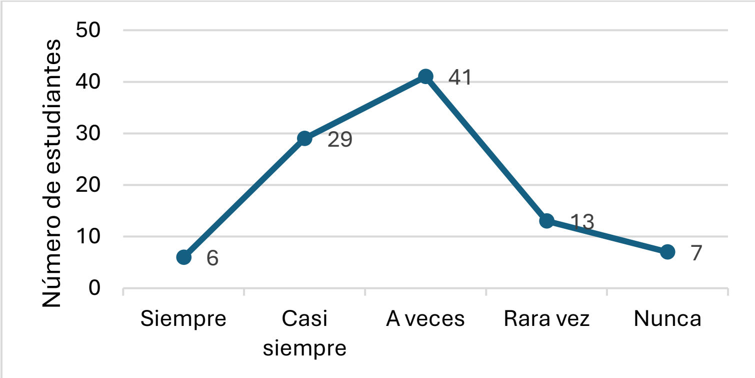


Gráfico No 21. Pregunta 9 – Progresiones Aritméticas.
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta estudiantes.

Considerando el criterio de los estudiantes, el 6,25 % responde que siempre pueden determinar los patrones de comportamiento en sucesiones numéricas relacionadas con progresiones aritméticas, un 30,21% casi siempre, un 42,71% a veces, un 13,54% rara vez y un 7,28% nunca (Cuadro N°21). La mayoría de los estudiantes muestra una confianza moderada en su capacidad para identificar patrones con progresiones aritméticas, aunque un número significativo enfrenta dificultades, y una pequeña fracción considera que consistentemente pueden determinar estos patrones. Para mejorar esta situación, se pueden implementar varias estrategias: reforzar los conceptos básicos con ejemplos claros, proporcionar más práctica guiada, diversificar los recursos didácticos utilizando videos, software y aplicaciones móviles, implementar un sistema de retroalimentación constante.

Cuadro No 22. Frecuencias - Progresiones Geométricas

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Siempre	7	7,29	7,29	7,29
Casi siempre	25	26,04	26,04	33,33
A veces	37	38,54	38,54	71,88
Rara vez	21	21,88	21,88	93,75
Nunca	6	6,25	6,25	100,00
Total	96	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a estudiantes

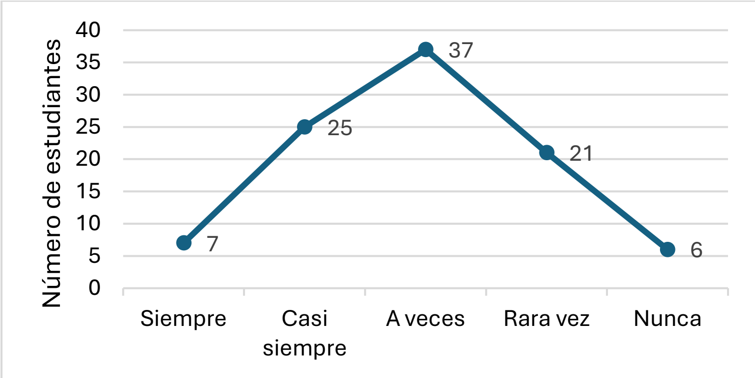


Gráfico No 22. Pregunta 9 – Progresiones Geométricas.
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta estudiantes.

Considerando el criterio de los estudiantes, el 7,29 % responde que siempre pueden determinar los patrones de comportamiento en sucesiones numéricas relacionadas con progresiones geométricas, un 26,04% casi siempre, un 38,54% a veces, un 21,88% rara vez y un 6,25% nunca (Cuadro N°22).Una minoría de los estudiantes pueden identificar patrones en sucesiones numéricas relacionadas con progresiones geométricas, mientras que un grupo considerable tiene alta confianza pero no llega a la mayoría; la porción más grande muestra confianza moderada, indicando que logran identificar estos patrones ocasionalmente, y una cantidad significativa rara vez puede determinar estos patrones, sugiriendo dificultades frecuentes; finalmente, un pequeño grupo admite no poder identificar estos patrones. Para mejorar esta situación, se pueden reforzar los conceptos fundamentales con ejemplos claros, aumentar la práctica guiada, diversificar los recursos educativos con videos y software interactivo.

Cuadro No 23. Frecuencias – Sumas Parciales

	Frecuencia	**Porcentaje**	**Porcentaje Válido**	**Porcentaje Acumulado**
Siempre	14	14,58	14,58	14,58
Casi siempre	23	23,96	23,96	38,54
A veces	35	36,46	36,46	75,00
Rara vez	9	9,38	9,38	84,38
Nunca	15	15,63	15,63	100,00
Total	96	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a estudiantes

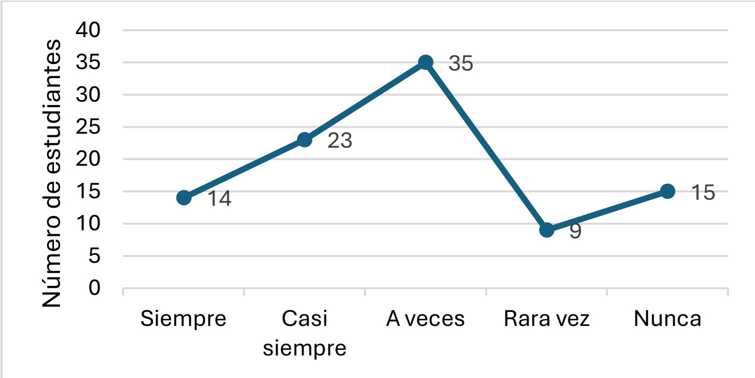


Gráfico No 23. Pregunta 9 – Sumas Parciales
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta estudiantes.

En este ítem, el 14,58 % de estudiantes señala que siempre pueden determinar los patrones de comportamiento en sucesiones numéricas relacionadas con sumas parciales, un 23,96% casi siempre, un 36,46% a veces, un 9,38% rara vez y un 15,63% nunca (Cuadro N°23). Un pequeño grupo de estudiantes pueden determinar patrones en sucesiones numéricas relacionadas con sumas parciales, mientras que una fracción mayor tiene alta confianza, pero no es dominante; la mayoría muestra confianza moderada, indicando que logran identificar estos patrones ocasionalmente; una porción significativa rara vez puede determinar estos patrones, y un grupo considerable no puede identificarlos en absoluto. Para mejorar esta situación, se pueden reforzar los conceptos básicos con ejemplos claros, aumentar la práctica guiada, diversificar los recursos didácticos con videos y software interactivo, proporcionar retroalimentación constante.

Pregunta N° 10.- ¿Utilizo algoritmos, datos, relaciones, patrones entre otros para generar múltiples soluciones a un mismo problema?

Cuadro No 24. Pregunta 10 de la encuesta a estudiantes.

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Siempre	7	7,29	7,29	7,29
Casi siempre	31	32,29	32,29	39,58
A veces	32	33,33	33,33	72,92
Rara vez	22	22,92	22,92	95,83
Nunca	4	4,17	4,17	100,00
Total	96	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a estudiantes

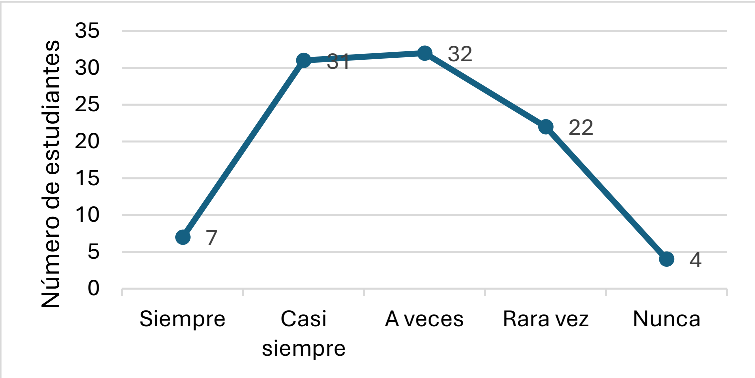


Gráfico No 24. Resultados estudiantes pregunta 10.
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta estudiantes.

En este ítem, el 7,29 % de los estudiantes indica que siempre pueden utilizar algoritmos, datos, relaciones y patrones para generar múltiples soluciones a un mismo problema, el 32,29% afirma que lo hacen con frecuencia, el 33,33% ocasionalmente, el 22,92% rara vez y el 4,17% nunca (Cuadro N°24). Los resultados revelan que solo una minoría de estudiantes son capaces de aplicar estas herramientas de manera efectiva. La mayoría de los estudiantes manifiestan que utilizan estos recursos de forma esporádica o infrecuente. Esto sugiere una oportunidad significativa de mejora. Para ello, se debería poner énfasis en desarrollar habilidades más sólidas en el uso de algoritmos y datos, con el fin de fomentar la capacidad de los estudiantes para encontrar múltiples soluciones creativas y efectivas a los problemas.

Pregunta N° 11.- ¿Complemento mis conocimientos utilizando la calculadora científica y programas como Matlab, Mathcad, GeoGebra o Derive?

Cuadro No 25. Pregunta 11 de la encuesta a estudiantes.

	Calculadora científica	Matlab	Mathcad	GeoGebra	Derive
Siempre	53	1	0	6	0
Casi siempre	30	5	5	6	5
A veces	11	22	20	29	20
Rara vez	2	14	15	16	13
Nunca	0	54	56	39	58
Total	96	96	96	96	96

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a estudiantes.

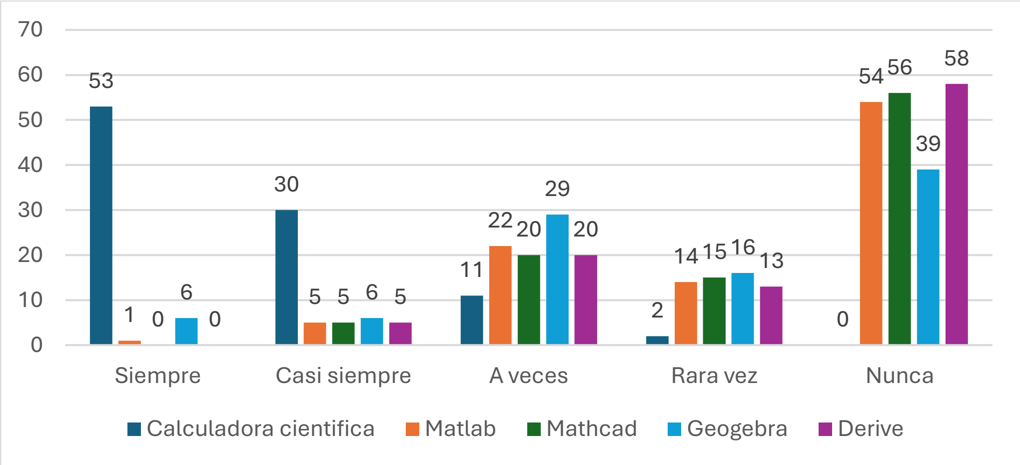


Gráfico No 25. Frecuencias en estudiantes pregunta 11.
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta estudiantes.

Análisis de frecuencias por cada ítem – Pregunta 11

Cuadro No 26. Frecuencias – Uso de calculadora

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Siempre	53	55,21	55,21	55,21
Casi siempre	30	31,25	31,25	86,46
A veces	11	11,46	11,46	97,92
Rara vez	2	2,08	2,08	100,00
Nunca	0	0,00	0,00	100,00
Total	96	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a estudiantes

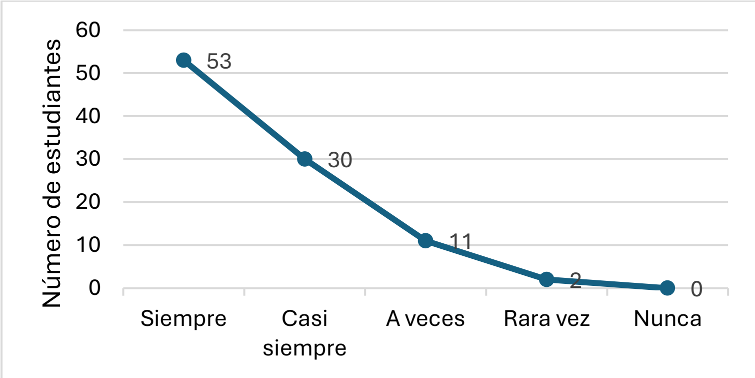


Gráfico No 26. Uso de calculadora científica.
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta estudiantes.

El 55,21 % de los estudiantes señala que siempre complementan sus conocimientos utilizando la calculadora científica, el 31,25% con frecuencia, el 11,46 % ocasionalmente, el 11,46 % rara vez y el 2,08% nunca (Cuadro N°25). Aunque la mayoría emplea esta herramienta para reforzar sus conocimientos, una proporción significativa admite usarla solo de manera esporádica o infrecuente. Se puede diseñar un plan de mejora para enseñar a los estudiantes cuándo y cómo utilizar eficazmente la calculadora. Este plan debería integrar su uso con el desarrollo de habilidades matemáticas fundamentales, promoviendo un equilibrio adecuado entre cálculos manuales y tecnología para maximizar el aprendizaje.

Cuadro No 27. Frecuencias – Uso de Matlab

	Frecuencia	**Porcentaje**	**Porcentaje Válido**	**Porcentaje Acumulado**
Siempre	1	1,04	1,04	1,04
Casi siempre	5	5,21	5,21	6,25
A veces	22	22,92	22,92	29,17
Rara vez	14	14,58	14,58	43,75
Nunca	54	56,25	56,25	100,00
Total	96	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a estudiantes

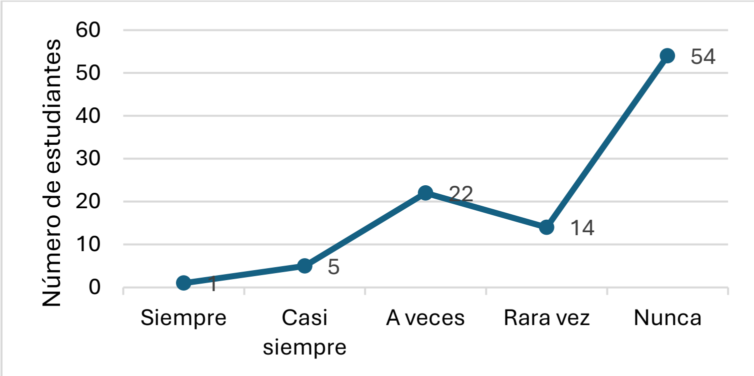


Gráfico No 27. Uso del software Matlab.
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta estudiantes.

El 1,04 % de estudiantes señala que siempre complementan sus conocimientos utilizando el software Matlab, el 5,21% casi siempre, el 22,92% a veces, el 14,58 % rara vez y el 56,26% nunca (Cuadro N°27). Se puede apreciar que la mayoría de los estudiantes rara vez o nunca utilizan el software Matlab para complementar sus conocimientos. Esto sugiere una falta de integración significativa de esta herramienta en el proceso educativo. Para mejorar esta situación, sería beneficioso incorporar sesiones de capacitación y práctica con Matlab en el currículo, destacando sus aplicaciones prácticas y cómo puede mejorar la comprensión. Además, promover la importancia de la programación y el análisis de datos mediante Matlab podría fomentar un uso más frecuente y efectivo de esta herramienta entre los estudiantes.

Cuadro No 28. Frecuencias – Uso de Mathcad

	Frecuencia	**Porcentaje**	**Porcentaje Válido**	**Porcentaje Acumulado**
Siempre	0	0,00	0,00	0,00
Casi siempre	5	5,21	5,21	5,21
A veces	20	20,83	20,83	26,04
Rara vez	15	15,63	15,63	41,67
Nunca	56	58,33	58,33	100,00
Total	96	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a estudiantes

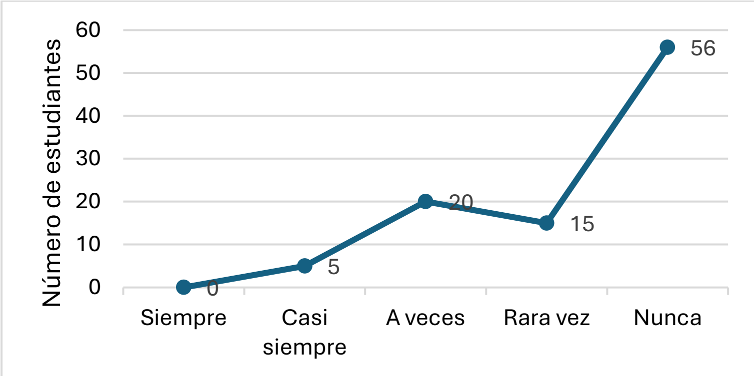


Gráfico No 28. Uso del software Mathcad.
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta estudiantes.

Ningún estudiante señala tener experiencia complementando sus conocimientos con el software Mathcad, el 5,21% casi siempre, el 20,83% a veces, el 15,63 % rara vez y el 58,33% nunca (Cuadro N°28). La recolección de datos muestra que la gran mayoría de los estudiantes nunca o rara vez utilizan el software Mathcad para complementar sus conocimientos. Esto sugiere una falta generalizada de familiaridad y uso de esta herramienta en el entorno educativo. Para mejorar esta situación, sería crucial implementar programas de formación en Mathcad dentro del currículo escolar. Estos programas podrían enfocarse en enseñar a los estudiantes cómo utilizar Mathcad para resolver problemas matemáticos y científicos de manera efectiva, destacando sus capacidades para la visualización de datos, análisis numérico y documentación de procesos.

Cuadro No 29. Frecuencias – Uso de GeoGebra

	Frecuencia	**Porcentaje**	**Porcentaje Válido**	**Porcentaje Acumulado**
Siempre	6	6,25	6,25	6,25
Casi siempre	6	6,25	6,25	12,50
A veces	29	30,21	30,21	42,71
Rara vez	16	16,67	16,67	59,38
Nunca	39	40,63	40,63	100,00
Total	96	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a estudiantes

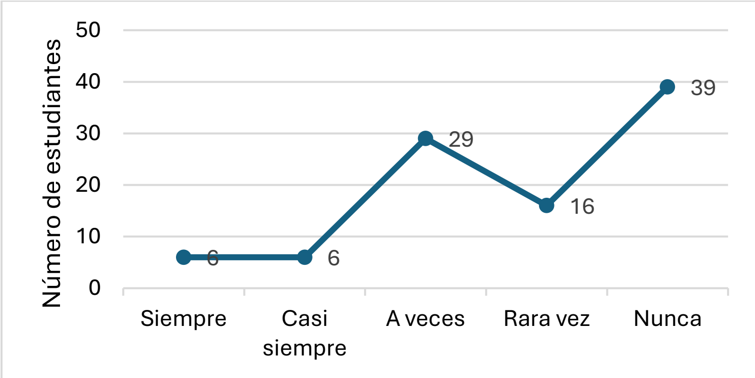


Gráfico No 29. Uso del software GeoGebra.
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta estudiantes.

El 6,25 % de estudiantes señala que siempre complementan sus conocimientos utilizando el software GeoGebra, el 6,25% casi siempre, el 30,21% a veces, el 16,67 % rara vez y el 40,63% nunca (Cuadro N°29). Los datos manifiestan que existe una variedad en el uso del software GeoGebra entre los estudiantes, desde aquellos que nunca lo utilizan hasta aquellos que lo usan ocasionalmente o con mayor frecuencia. Para mejorar el uso de GeoGebra en el aprendizaje, sería beneficioso integrar proyectos y actividades que requieran el uso de GeoGebra podría motivar a los estudiantes a familiarizarse más con esta herramienta y aprovechar su potencial para mejorar la comprensión y aplicación de conceptos matemáticos.

Cuadro No 30. Frecuencias –Uso de Derive

	Frecuencia	**Porcentaje**	**Porcentaje Válido**	**Porcentaje Acumulado**
Siempre	0	0,00	0,00	0,00
Casi siempre	5	5,21	5,21	5,21
A veces	20	20,83	20,83	26,04
Rara vez	13	13,54	13,54	39,58
Nunca	58	60,42	60,42	100,00
Total	96	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a estudiantes

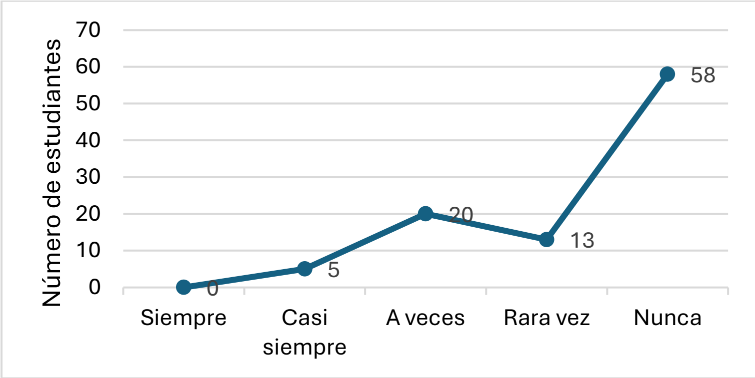


Gráfico No 30. Uso del software Derive.
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta estudiantes.

Ningún estudiante manifiesta que complementen sus conocimientos de forma frecuente utilizando el software Derive, el 5,21% casi siempre, el 20,83% a veces, el 13,54% rara vez y el 60,42% nunca (Cuadro N°30). Los resultados muestran que el software Derive es poco utilizado por los estudiantes para complementar sus conocimientos. La mayoría de los estudiantes nunca lo utilizan, lo cual indica una falta de integración de esta herramienta en el entorno educativo. Para mejorar esta situación, sería importante implementar iniciativas para introducir y promover el uso de Derive en el currículo escolar. Esto podría incluir programas de formación para estudiantes y docentes sobre cómo utilizar Derive para resolver problemas matemáticos y científicos.

Cuestionario para docentes

En la investigación participaron 6 docentes que imparten las asignaturas de Física y Matemática, con edades que comprenden entre los 25 a 35 años que ocupan el 16,67%, entre 36-45 y 46 – 55 utilizan un porcentaje del 33% respectivamente mientras que un 16,67% corresponde a mayor de 55 años

Cuadro No 31. Rango de edad

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
25-35	1	16,67	16,67	16,67
36-45	2	33,33	33,33	50,00
46-55	2	33,33	33,33	83,33
Mayor a 55	1	16,67	16,67	100,00
Total	6	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a docentes.

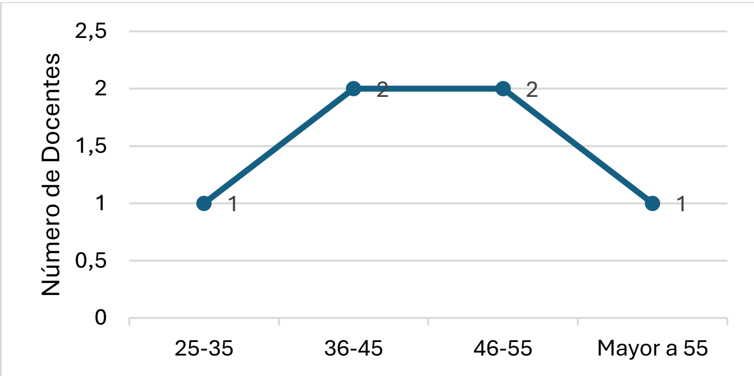


Gráfico No 31. Resultados de las edades.
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta a docentes.

En cuanto a los años de experiencia los resultados muestran que 5 a 10 años le corresponde el 16,37%, un 16,67% de 0 a 15 años, un 50% de 15 a 25 años y un 16,67% supera los 25 años.

Cuadro No 32. Años de experiencia profesional

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
1 a 5	0	0,00	0,00	0,00
5 a 10	1	16,67	16,67	16,67
10 a 15	1	16,67	16,67	33,33
15 a 25	3	50,00	50,00	83,33
Más de 25	1	16,67	16,67	100,00
Total	6	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a docentes.

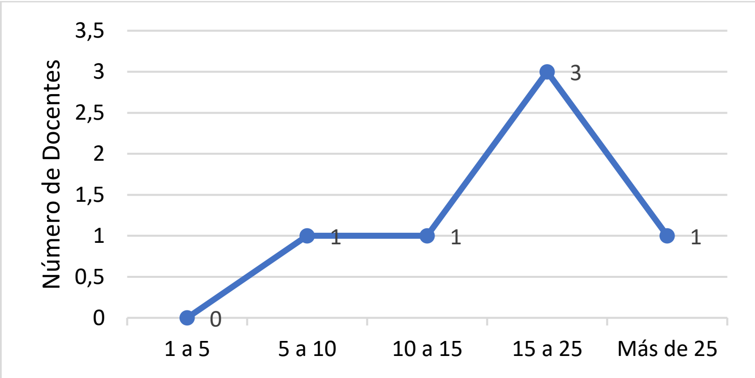


Gráfico No 32. Años de servicios - Docentes.
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta a docentes.

Pregunta N° 1.- ¿Considero que las actividades prácticas, diálogos en grupo, enseñanza diferenciada, tecnología activa entre otras hace de los entornos de aprendizaje un lugar idóneo para cultivar el pensamiento crítico en los estudiantes?

Cuadro No 33. Pregunta 1. Docentes

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Siempre	2	33,33	33,33	33,33
Casi siempre	3	50,00	50,00	83,33
A veces	1	16,67	16,67	100,00
Rara vez	0	0,00	0,00	100,00
Nunca	0	0,00	0,00	100,00
Total	6	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a docentes.

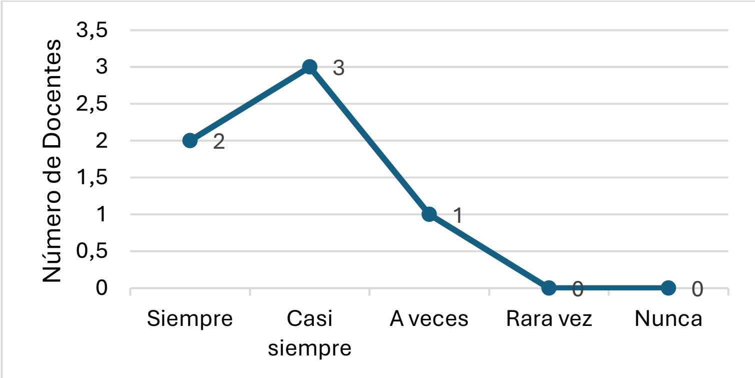


Gráfico No 33. Resultado docentes pregunta 1.
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta a docentes.

Los resultados muestran que el 33,33 % de docentes siempre afirman que las actividades prácticas, diálogos en grupo, enseñanza diferenciada, tecnología activa entre otras hace de los entornos de aprendizaje un lugar idóneo para cultivar el pensamiento crítico en los estudiantes, un 50% casi siempre, un 16,67% a veces y nunca un 0% (Cuadro N°33). La mayoría de los docentes reconoce que las actividades prácticas, los diálogos en grupo, la enseñanza diferenciada y el uso de tecnología activa son claves para fomentar el pensamiento crítico en los estudiantes. Para mejorar es fundamental una formación adicional esto puede incluir talleres sobre diseño de actividades que promuevan la resolución de problemas y la colaboración, así como el uso de tecnologías interactivas para un aprendizaje activo y diferenciado.

Pregunta N° 2.- ¿Diseño nuevas formas de enseñanza a partir del proceso del ABP, talleres dinámicos, materiales didácticos y guías de estudio?

Cuadro No 34. Pregunta 2. Docentes

	ABP	Talleres dinámicos	Materiales didácticos	Guías de estudio
Siempre	0	0	3	1
Casi siempre	2	1	1	1
A veces	3	2	1	2
Rara vez	0	1	1	1
Nunca	1	2	0	1
Total	6	6	6	6

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a docentes.

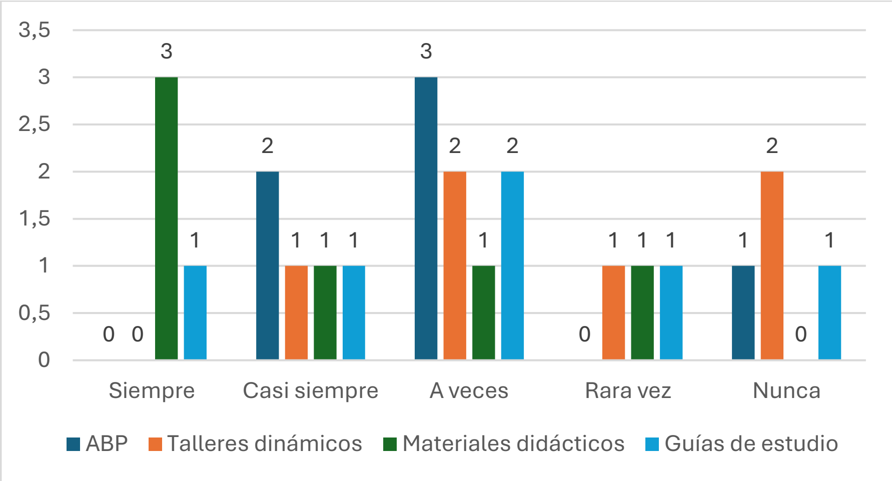


Gráfico No 34. Resultado docentes pregunta 2.
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta a docentes.

Cuadro No 35. Pregunta 2. Uso de Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP)

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Siempre	0	0,00	0,00	0,00
Casi siempre	2	33,33	33,33	33,33
A veces	3	50,00	50,00	83,33
Rara vez	0	0,00	0,00	83,33
Nunca	1	16,67	16,67	100,00
Total	6	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a estudiantes.

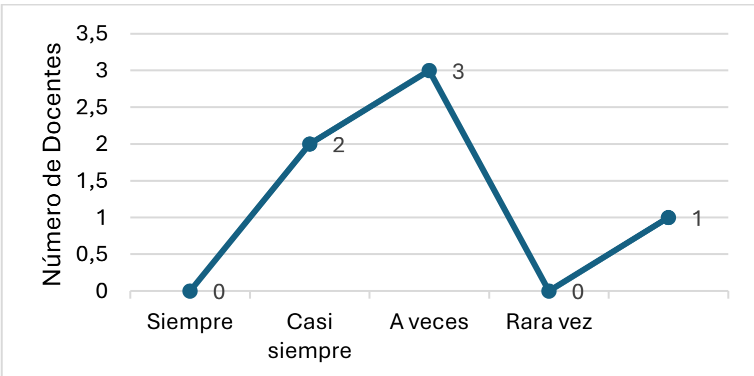


Gráfico No 35. Resultado docentes pregunta 2 - ABP.
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta a docentes.

Los resultados muestran que ningún docente es recurrente en diseñar nuevas formas de enseñanza a partir del proceso del ABP, un 33,33% casi siempre, un 50% a veces y nunca un 16,67% (Cuadro N°35). El Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) es limitado entre los docentes, con la mayoría utilizándolo solo ocasionalmente y algunos nunca aplicándolo. Para mejorar es crucial fomentar el conocimiento y la práctica del ABP mediante capacitaciones y recursos que demuestren su eficacia. Esto puede incluir talleres de formación, ejemplos de éxito en su implementación y apoyo continuo para los docentes en el diseño y ejecución de proyectos.

Cuadro No 36. Pregunta 2. Uso de Talleres Dinámicos

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Siempre	0	0,00	0,00	0,00
Casi siempre	1	16,67	16,67	16,67
A veces	2	33,33	33,33	50,00
Rara vez	1	16,67	16,67	66,67
Nunca	2	33,33	33,33	100,00
Total	6	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a docentes.

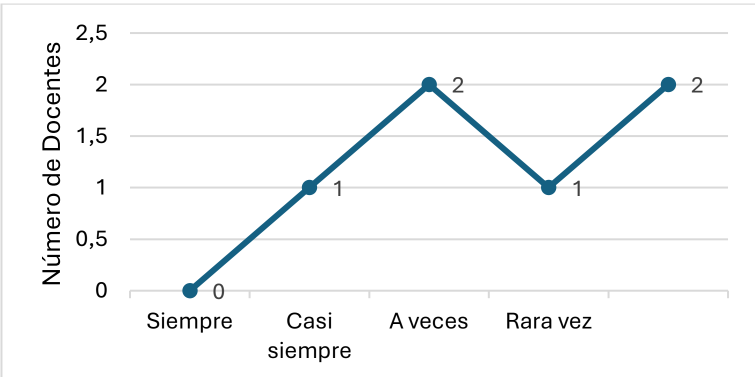


Gráfico No 36. Resultado docentes pregunta 2 – Talleres dinámicos
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta a docentes.

Los resultados muestran que los procesos de talleres dinámicos como estrategia no es común aplicarla forma constante dentro del aula por parte de los docentes mientras que un 16,67% casi siempre aplica este método, un 33,33% a veces, un 16,67% rara vez y nunca un 0% (Cuadro N°36). La aplicación constante de esta estrategia de enseñanza no es común entre los docentes encuestados. Muy pocos docentes emplean este método de manera regular, mientras que la mayoría lo utiliza de forma intermitente o raramente. Esto lleva a promover una integración más consistente de talleres dinámicos en el currículo educativo, proporcionando apoyo adicional y recursos para que los docentes se sientan más cómodos y capacitados para implementar estas estrategias de manera efectiva

Cuadro No 37. Pregunta 2. Uso de materiales didácticos

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Siempre	3	50,00	50,00	50,00
Casi siempre	1	16,67	16,67	66,67
A veces	1	16,67	16,67	83,33
Rara vez	1	16,67	16,67	100,00
Nunca	0	0,00	0,00	100,00
Total	6	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a docentes.

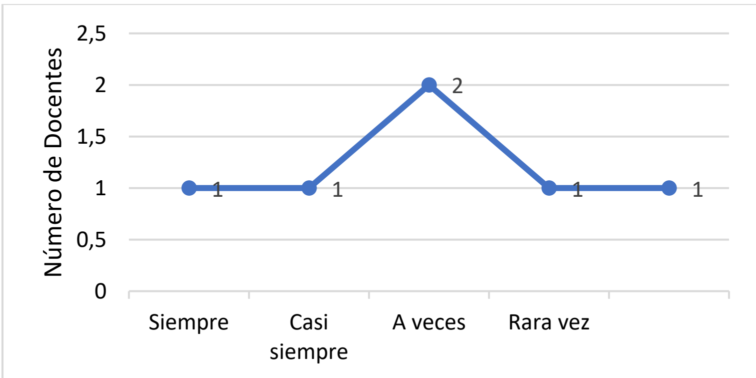


Gráfico No 37. Resultado docentes pregunta 2 – Uso de materiales didácticos
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta a docentes.

Los resultados muestran que el 50 % de docentes siempre afirman que diseñan nuevas formas de enseñanza a partir de materiales didácticos, un 16,67% casi siempre, un 16,67% a veces, un 16,67% rara vez y nunca un 0% (Cuadro N°37). Esto revela que una parte significativa de los docentes utilizan materiales didácticos como base para diseñar nuevas estrategias de enseñanza. Pero también se muestra que algunos docentes lo hacen de manera menos frecuente. Esto conlleva a fomentar aún más el desarrollo profesional de los docentes en el diseño y la implementación creativa de materiales didácticos.

Cuadro No 38. Pregunta 2. Uso guías de estudio

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Siempre	1	16,67	16,67	16,67
Casi siempre	1	16,67	16,67	33,33
A veces	2	33,33	33,33	66,67
Rara vez	1	16,67	16,67	83,33
Nunca	1	16,67	16,67	100,00
Total	6	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a docentes.

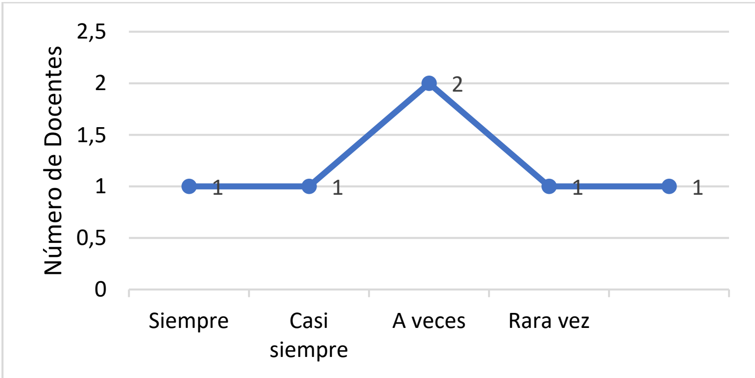


Gráfico No 38. Resultado docentes pregunta 2 – Uso de guías didácticas
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta a docentes.

Los resultados muestran que el 16,67 % de docentes siempre afirman que diseñan nuevas formas de enseñanza a partir de guías de estudio, un 16,67% casi siempre, un 33,33% a veces, un 16,67% rara vez y nunca un 16,67% (Cuadro N°38). Existe una variedad en la frecuencia con la que los docentes utilizan guías de estudio para diseñar nuevas formas de enseñanza. Aunque algunos docentes las utilizan regularmente, otros lo hacen ocasionalmente. Se sugiere desarrollar estrategias institucionales, como capacitaciones y el intercambio de buenas prácticas, para promover un uso más consistente y efectivo de las guías de estudio.

Pregunta N° 3.- ¿Utilizo análisis, deducción y argumentación para desarrollar el razonamiento lógico?

Cuadro No 39. Pregunta 3. Docentes

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Siempre	3	50,00	50,00	50,00
Casi siempre	3	50,00	50,00	100,00
A veces	0	0,00	0,00	100,00
Rara vez	0	0,00	0,00	100,00
Nunca	0	0,00	0,00	100,00
Total	6	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a docentes.

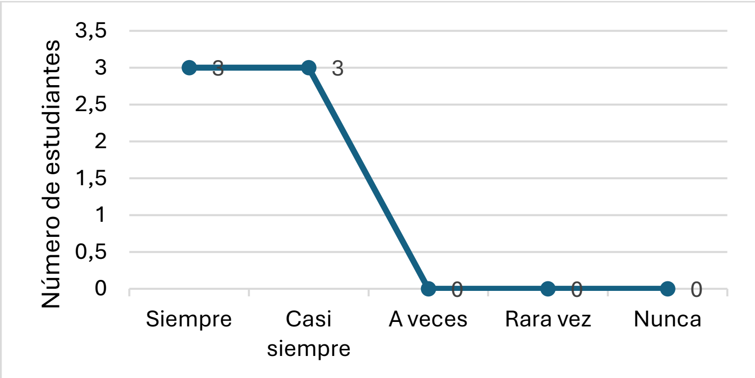


Gráfico No 39. Resultados de la pregunta 3 - Docentes
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta a docentes.

Los resultados muestran que el 50 % de docentes siempre afirman que utilizan el análisis, deducción y argumentación para desarrollar el razonamiento lógico y un 50% casi siempre (Cuadro N°39). Esto indica que una gran mayoría de los docentes afirman utilizar el análisis, la deducción y la argumentación para desarrollar el razonamiento lógico en sus estudiantes con regularidad. Estas estrategias son valoradas y aplicadas en el aula. Sin embargo, para fortalecer aún más esta práctica, sería beneficioso proporcionar a los docentes formación continua en técnicas avanzadas de razonamiento lógico y el intercambio de metodologías efectivas.

Pregunta N° 4.- ¿Empleo los recursos abiertos (Blogs, podcast, simuladores) como estrategias para la enseñanza de la matemática?

Cuadro No 40. Pregunta 4. Docentes

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Siempre	0	0,00	0,00	0,00
Casi siempre	2	33,33	33,33	33,33
A veces	4	66,67	66,67	100,00
Rara vez	0	0,00	0,00	100,00
Nunca	0	0,00	0,00	100,00
Total	6	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a docentes.

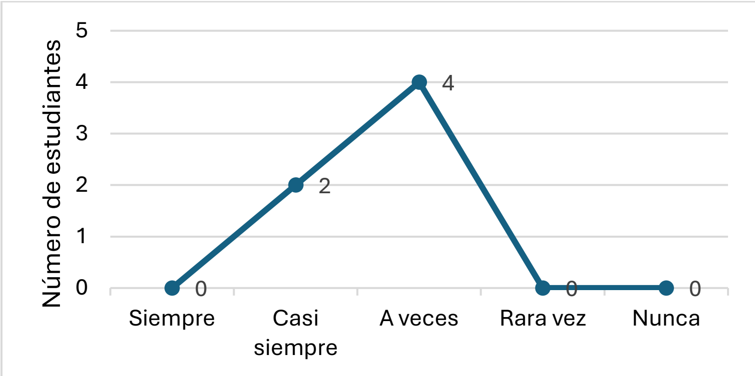


Gráfico No 40. Resultados de la pregunta 4 - Docentes
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta a docentes.

Los resultados muestran que el empleo los recursos abiertos (Blogs, podcast, simuladores) como estrategias para la enseñanza de la matemática no es frecuente, esto muestra que solo un 33,33 % de docentes casi siempre utilizan y un 66,67% a veces (Cuadro N°40). Los resultados revelan que no es una práctica común de esta estrategia entre los docentes encuestados. Esto conduce a la necesidad de incentivar y apoyar a los docentes en la integración de estos recursos en sus estrategias pedagógicas. Para mejorar en este aspecto, se podría ofrecer formación específica sobre cómo utilizar estos recursos de manera efectiva, proporcionar ejemplos prácticos y casos de éxito, así como facilitar el acceso a plataformas y herramientas de calidad que puedan enriquecer la enseñanza de las matemáticas.

Pregunta N° 5.- ¿Utilizo instrumentos de evaluación para programar contenidos mediante observación, lluvia de ideas, entrevista y simuladores?

Cuadro No 41. Pregunta 5. Docentes

	Observación	lluvia de ideas	Entrevista	Simuladores
Siempre	3	3	1	1
Casi siempre	1	0	2	1
A veces	1	3	1	4
Rara vez	1	0	1	0
Nunca	0	0	1	0
Total	3	3	1	1

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a docentes.

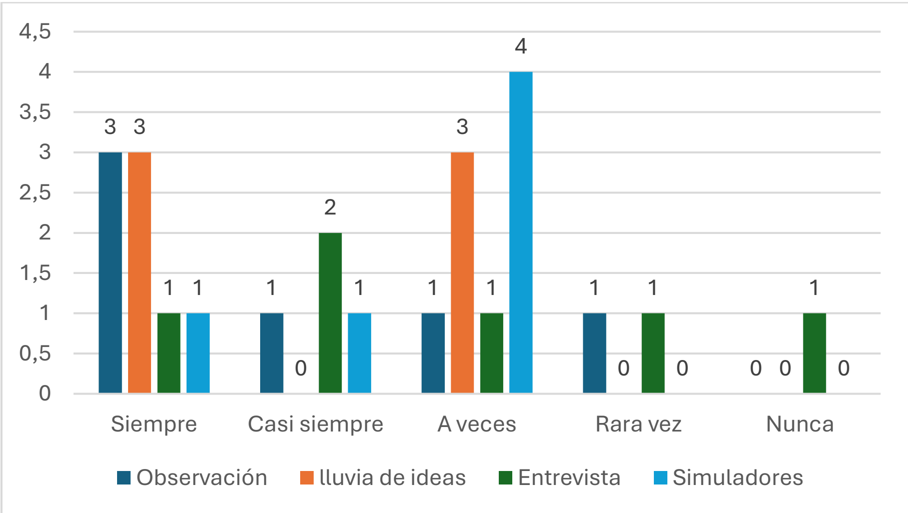


Gráfico No 41. Instrumentos de evaluación - Docentes
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta a docentes.

Cuadro No 42. Frecuencia – Técnica de Observación

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Siempre	3	50,00	50,00	50,00
Casi siempre	1	16,67	16,67	66,67
A veces	1	16,67	16,67	83,33
Rara vez	1	16,67	16,67	100,00
Nunca	0	0,00	0,00	100,00
Total	6	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a docentes.

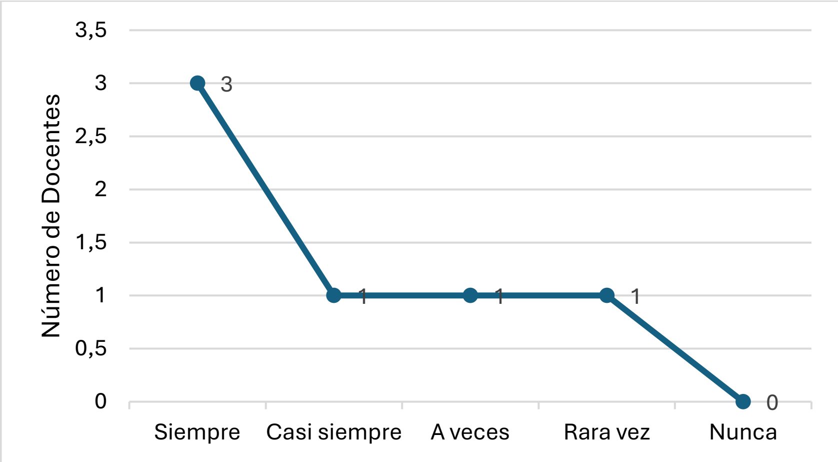


Gráfico No 42. Pregunta 5 - Técnica de Observación.
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta a docentes.

Los resultados muestran que el 50% de los docentes siempre utiliza los instrumentos de evaluación para programar contenidos mediante la observación, un 16,67 % casi siempre, un 16,67% a veces y un 16,67% rara vez. Esto indica que la mitad de los docentes utiliza regularmente este instrumento de evaluación. Sin embargo, una parte significativa de los docentes lo hace de manera menos frecuente. No todos los docentes la integran de manera consistente en su práctica pedagógica, para mejorar esta situación podrían ofrecer talleres y capacitaciones que profundicen en las técnicas de observación y su aplicación en la programación de contenidos. Además, proporcionar ejemplos prácticos y guías detalladas sobre cómo utilizar estos instrumentos de manera efectiva podría aumentar su uso.

Cuadro No 43. Frecuencia - lluvia de ideas

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Siempre	3	50,00	50,00	50,00
Casi siempre	0	0,00	0,00	50,00
A veces	3	50,00	50,00	100,00
Rara vez	0	0,00	0,00	100,00
Nunca	0	0,00	0,00	100,00
Total	6	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a docentes.

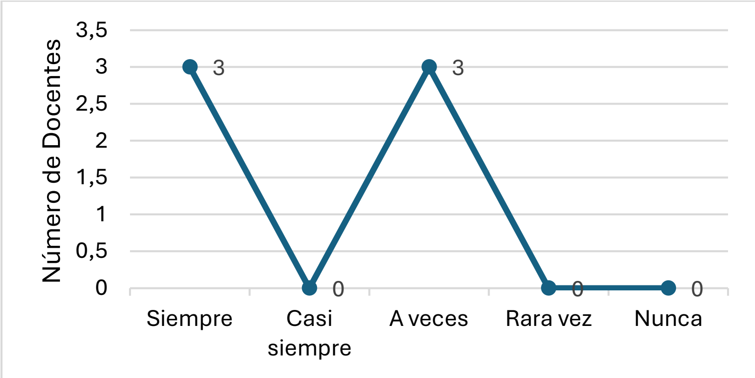


Gráfico No 43. Pregunta 5 - Lluvia de ideas
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta a docentes.

Los resultados muestran que el 50% de los docentes siempre utiliza los instrumentos de evaluación para programar contenidos mediante la lluvia de ideas y un 50% a veces (Cuadro N°43). La mitad de los docentes utiliza de manera consistente la lluvia de ideas como instrumento de evaluación para programar contenidos, mientras que la otra mitad lo hace de manera ocasional. Se puede notar que, aunque la lluvia de ideas es una herramienta valorada, su aplicación no es uniforme entre los docentes. Para mejorar se podrían ofrecer talleres y capacitaciones centrados en las técnicas y beneficios de la lluvia de ideas mediante un ambiente colaborativo donde los docentes puedan intercambiar experiencias y recursos.

Cuadro No 44. Frecuencia - Entrevista

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Siempre	1	16,67	16,67	16,67
Casi siempre	2	33,33	33,33	50,00
A veces	1	16,67	16,67	66,67
Rara vez	1	16,67	16,67	83,33
Nunca	1	16,67	16,67	100,00
Total	6	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a docentes.

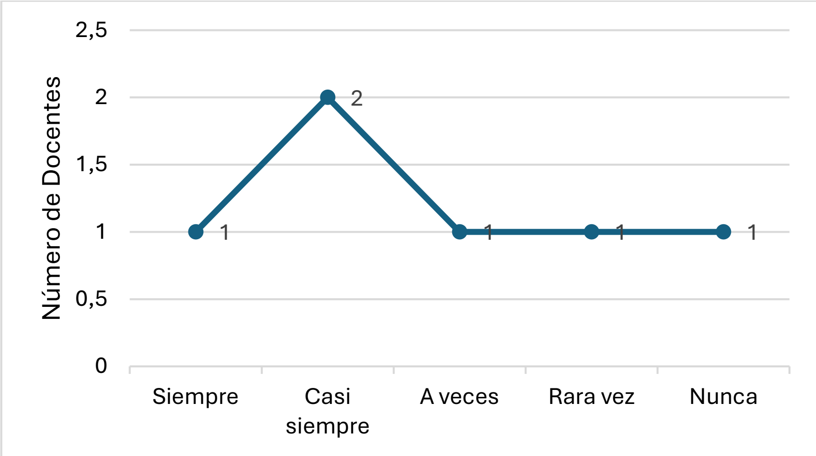


Gráfico No 44. Pregunta 5 - Entrevista
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta a docentes.

Los resultados muestran que el 16,67 % de docentes siempre afirman que siempre utiliza los instrumentos de evaluación para programar contenidos mediante la entrevista, un 33,33% casi siempre, un 16,67% a veces, un 16,67% rara vez y un 16,67% nunca (Cuadro N°44). Esto indica que solo una pequeña parte de los docentes utiliza de manera consistente las entrevistas como instrumento de evaluación para programar contenidos. Aunque la entrevista es reconocida como una herramienta valiosa, no todos los docentes la integran de forma regular en sus prácticas pedagógicas. Para mejorar esta situación se podría proporcionar ejemplos prácticos y estudios de caso que demuestren los beneficios de esta técnica. También se puede crear oportunidades para que los docentes compartan sus experiencias y estrategias de éxito en el uso de entrevistas podría fomentar un mayor uso de esta herramienta.

Cuadro No 45. Frecuencia - Simuladores

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Siempre	1	16,67	16,67	16,67
Casi siempre	1	16,67	16,67	33,33
A veces	4	66,67	66,67	100,00
Rara vez	0	0,00	0,00	100,00
Nunca	0	0,00	0,00	100,00
Total	6	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a docentes.

Gráfico No 45. Pregunta 5 - Simuladores
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta a docentes.

Los resultados muestran que el 16,67 % de docentes siempre afirman que siempre utiliza los instrumentos de evaluación para programar contenidos mediante simuladores, un 16,67% casi siempre y un 66,67% a veces (Cuadro N°45). Esto indica que solo una pequeña parte de los docentes utiliza de manera regular los simuladores. La mayoría de los docentes emplean ocasionalmente esta herramienta. Aunque los simuladores son reconocidos como una herramienta valiosa, no todos los docentes los integran de manera constante en sus prácticas pedagógicas. Para mejorar se podrían ofrecer talleres y capacitaciones específicas sobre el uso de simuladores en la evaluación y programación de contenidos.

Pregunta N° 6.- ¿Creo ambientes inclusivos y accesibles para dar apoyo individualizado a estudiantes con necesidades especiales?

Cuadro No 46. Pregunta 6. Docentes

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Siempre	1	16,67	16,67	16,67
Casi siempre	5	83,33	83,33	100,00
A veces	0	0,00	0,00	100,00
Rara vez	0	0,00	0,00	100,00
Nunca	0	0,00	0,00	100,00
Total	6	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a docentes.

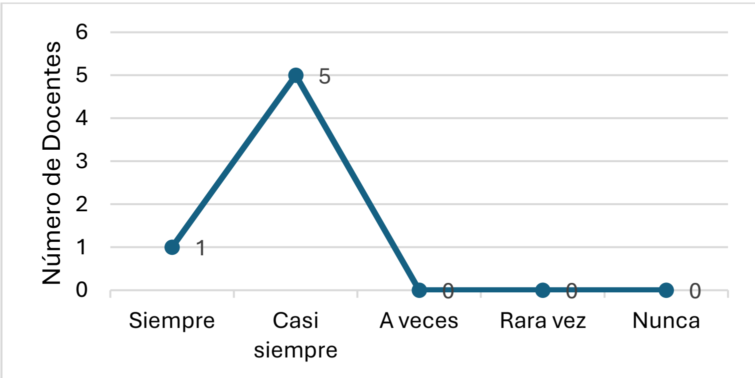


Gráfico No 46. Pregunta 6 - Docentes
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta a docentes.

Los resultados muestran que el 16,67 % de docentes siempre afirman proporcionar ambientes inclusivos y accesibles para dar apoyo individualizado a estudiantes con necesidades especiales y un 83,33% lo hace casi siempre (Cuadro N°46). Una pequeña proporción de docentes proporciona de manera constante entornos de apoyo personalizados para estudiantes con necesidades específicas, mientras que la gran mayoría lo hace con regularidad, pero no siempre. Aunque los docentes reconocen la importancia de la inclusión mediante las adaptaciones de grado 2, aún hay espacio para mejorar en la implementación constante de estas prácticas. Es importante fomentar una cultura escolar que valore el apoyo, mediante la colaboración entre docentes, especialistas y familias.

Pregunta N° 7.- ¿Utilizo la planificación, monitoreo y autoevaluación para fortalecer la reflexión en los estudiantes sobre su propio proceso de aprendizaje?

Cuadro No 47. Pregunta 7. Docentes

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Siempre	3	50,00	50,00	50,00
Casi siempre	1	16,67	16,67	66,67
A veces	2	33,33	33,33	100,00
Rara vez	0	0,00	0,00	100,00
Nunca	0	0,00	0,00	100,00
Total	6	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a docentes.

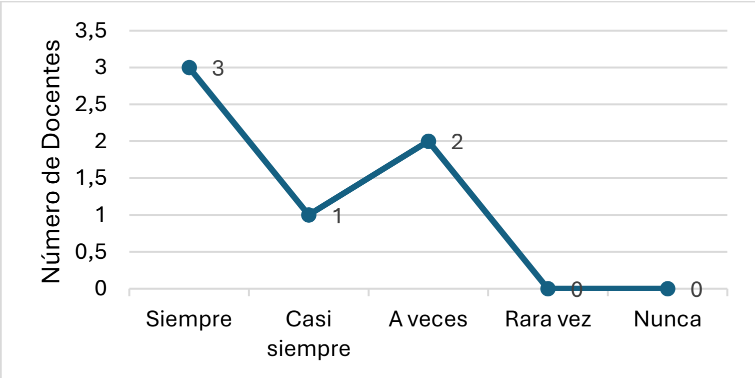


Gráfico No 47. Pregunta 7 - Docentes
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta a docentes.

Los resultados muestran que el 50 % de docentes siempre utilizan la planificación, monitoreo y autoevaluación para fortalecer la reflexión en los estudiantes sobre su propio proceso de aprendizaje, un 16,67% casi siempre y un 33,33% a veces Esto indica que la mitad de los docentes utiliza de manera constante estrategias de planificación, seguimiento y autoevaluación para ayudar a los estudiantes a reflexionar sobre su propio aprendizaje, mientras que una parte significativa de los docentes emplea estas estrategias de forma menos frecuente. Esto sugiere que, aunque muchos docentes reconocen la importancia de estas prácticas, no todos las aplican de manera regular. Para mejorar esta situación se debe fomentar una cultura escolar que valore y promueva la reflexión sobre el aprendizaje y establecer comunidades de práctica donde los docentes puedan compartir sus experiencias y aprender unos de otros.

Pregunta N° 8.- ¿Utilizo técnicas de autorreflexión (inteligencia emocional, metas, prioridades, adaptaciones) para resolver problemas matemáticos?

Cuadro No 48. Pregunta 8. Docentes

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Siempre	4	66,67	66,67	66,67
Casi siempre	0	0,00	0,00	66,67
A veces	2	33,33	33,33	100,00
Rara vez	0	0,00	0,00	100,00
Nunca	0	0,00	0,00	100,00
Total	6	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a docentes.

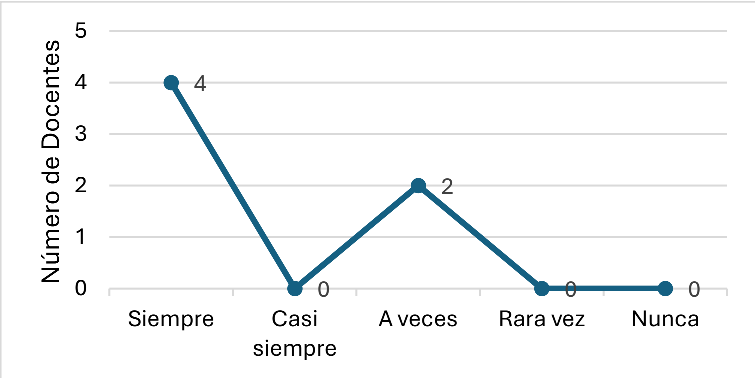


Gráfico No 48. Pregunta 8 - Docentes
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta a docentes.

Los resultados muestran que el 66,67 % de docentes siempre afirman que utilizan las técnicas de autorreflexión (inteligencia emocional, metas, prioridades, adaptaciones) para resolver problemas matemáticos y un 33,33% casi siempre. La mayoría de los docentes utiliza de manera regular esta estrategia. Sin embargo, hay un grupo de docentes que emplea estas estrategias con menos frecuencia. Esto implica que, aunque estas técnicas son valoradas y aplicadas por muchos, esto se puede aumentar su uso mediante un entorno colaborativo donde los docentes puedan compartir sus experiencias y estrategias.

Pregunta N° 9.- ¿Empleo cuestionarios, lecciones, proyectos, portafolios, autoevaluaciones como instrumentos fundamentales para medir la criticidad en el pensamiento lógico-matemático?

Cuadro No 49. Pregunta 9. Docentes

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Siempre	4	66,67	66,67	66,67
Casi siempre	1	16,67	16,67	83,33
A veces	1	16,67	16,67	100,00
Rara vez	0	0,00	0,00	100,00
Nunca	0	0,00	0,00	100,00
Total	6	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a docentes.

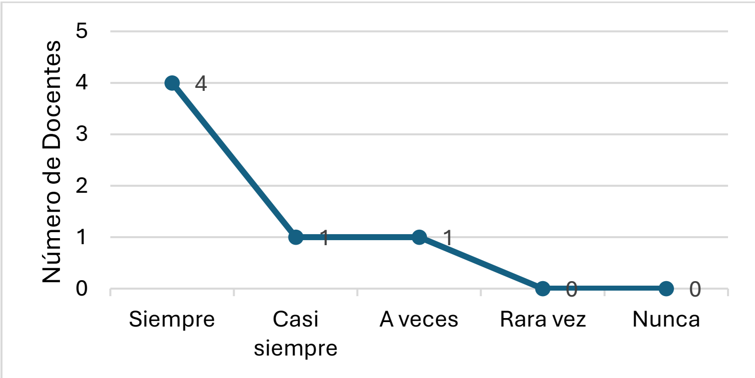


Gráfico No 49. Pregunta 9 - Docentes
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta a docentes.

Los resultados muestran que el 66,67 % de docentes siempre afirman que utilizan cuestionarios, lecciones, proyectos, portafolios, autoevaluaciones como instrumentos fundamentales para medir la criticidad en el pensamiento lógico-matemático, un 16,67% casi siempre y un 16,67% a veces (Cuadro N°49). Esto indica que la mayoría de los docentes emplea regularmente esta herramienta, sin embargo, un grupo de docentes utiliza estas herramientas de manera menos frecuente. Esto sugiere que, aunque estas estrategias son reconocidas por su valor, no todos los docentes las aplican de manera constante. Para mejorar se podrían ofrecer talleres y capacitaciones sobre el uso efectivo de estos instrumentos de evaluación. Además, se debe fomentar una cultura de intercambio de buenas prácticas y experiencias exitosas entre docentes también puede contribuir a una mayor adopción y consistencia en el uso de estas herramientas.

Pregunta N° 10.- ¿Desarrollo retroalimentación de conocimientos mediante tutorías, educación en línea y actividades lúdicas?

Cuadro No 50. Pregunta 10. Docentes

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje Acumulado
Siempre	2	33,33	33,33	33,33
Casi siempre	4	66,67	66,67	100,00
A veces	0	0,00	0,00	100,00
Rara vez	0	0,00	0,00	100,00
Nunca	0	0,00	0,00	100,00
Total	6	100,00	100,00	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Cuestionario dirigido a docentes.

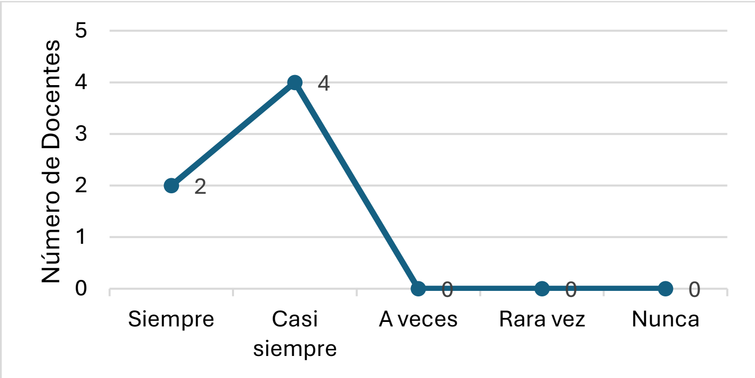


Gráfico No 50. Pregunta 10 - Docentes
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Encuesta a docentes.

Los resultados muestran que el 33,33 % de docentes siempre desarrollan retroalimentación de conocimientos mediante tutorías, educación en línea y actividades lúdicas y un 66,67% casi siempre (Cuadro N°50). Los resultados indican que una proporción significativa de docentes (el 100% sumando las dos categorías más altas) utiliza estas estrategias con alta frecuencia, dividiéndose entre quienes las aplican siempre y quienes lo hacen casi siempre. La falta de respuestas en las categorías más bajas refleja que ningún docente deja de utilizar estas herramientas pedagógicas, lo cual es un aspecto positivo. No obstante, el hecho de que dos tercios de los docentes se ubiquen en la categoría de "casi siempre" sugiere que, aunque las estrategias son aplicadas con regularidad, aún existe un margen para fomentar su uso constante y continuo.

Cuadro No 51. de triangulación de resultados

ASPECTO	DOCENTES	ESTUDIANTES	OBSERVACIÓN
Razonamiento Deductivo e inductivo	Actividades prácticas, diálogos en grupo, enseñanza diferenciada, uso de tecnología activa. 33,33%	Uso de deducción, inducción, análisis y abstracción para resolver problemas 14,58%	Discrepancia
Habilidades en Operaciones Matemáticas	Integración de recursos tecnológicos y diseño de actividades interactivas y prácticas (ABP, talleres dinámicos, materiales didácticos) 33,33%	Habilidad para realizar operaciones con matrices, graficar funciones y aplicar propiedades de logaritmos y exponentes. 9,38%	Discrepancia
Capacidad de Reflexión y Autoevaluación	Estrategias diferenciadas según nivel y necesidades especiales, técnicas de autorreflexión (inteligencia emocional, metas)66.67%	Reflexión sobre el propio proceso de aprendizaje y uso de técnicas de autoevaluación. 50%	Discrepancia
Creatividad en la Solución de Problemas	Métodos de evaluación formativa y sumativa, retroalimentación específica para mejorar el razonamiento. 33,33%	Uso de algoritmos, datos y patrones para generar múltiples soluciones a un problema. 7.29%	Discrepancia
Competencia en Uso de Herramientas Tecnológicas	Uso de herramientas como calculadoras científicas, software matemático (GeoGebra, Matlab, Mathcad, Derive). 5,21%	Capacidad para complementar conocimientos y resolver problemas matemáticos con herramientas tecnológicas.6,25%	Concordancia

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Investigador.

La matriz de triangulación revela una relación significativa entre las estrategias metodológicas aplicadas por los docentes y el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en los estudiantes. Por un lado, se evidencia que las actividades prácticas y el uso de tecnologías activas fomentan habilidades de razonamiento deductivo e inductivo, aunque su aplicación no es uniforme entre los docentes. Asimismo, mientras que la integración de recursos tecnológicos en la enseñanza es moderada, el uso de herramientas matemáticas como calculadoras científicas es frecuente entre los estudiantes, pero el empleo de software educativo es aún limitado, lo que sugiere oportunidades para mejorar en esta área. Las estrategias diferenciadas, como la autorreflexión, influyen positivamente en la capacidad de los estudiantes para reflexionar sobre su propio aprendizaje, aunque no todos los docentes las aplican de forma consistente. Además, las metodologías de evaluación formativa y retroalimentación específica se relacionan con un nivel moderado de creatividad en la resolución de problemas, indicando que el fortalecimiento de estas prácticas podría potenciar aún más el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en los estudiantes. En conjunto, la matriz destaca áreas clave de mejora y refuerza la importancia de una aplicación más sistemática de herramientas tecnológicas y estrategias pedagógicas innovadoras para optimizar el aprendizaje matemático.

CAPÍTULO III

PRODUCTO

Nombre de la propuesta

Implementación de una guía metodológica para el uso de estrategias didácticas para la enseñanza del pensamiento lógico – matemático para estudiantes de 3ro de Bachillerato

Definición del tipo de producto

La tabulación y análisis de los resultados obtenidos a través de los instrumentos de recolección de datos destacan la importancia de continuar con el proceso investigativo. Por esta razón, se propone la creación de una guía metodológica dirigida a los docentes, con el objetivo de ofrecer pautas para la implementación de estrategias didácticas en la enseñanza del pensamiento lógico-matemático para estudiantes de tercer año de Bachillerato.

La metodología según Hernández A. (2015) manifiesta que "el estudiante con método aplica las reglas de sistema y orden para recoger la información, para asociar lógicamente los diferentes datos, para hacer surgir ideas nuevas y solucionar problemas teóricos o prácticos" (p. 15). Esto señala la importancia del aprendizaje, para esto es esencial que una guía metodológica incluya estrategias que promuevan estas prácticas. La guía debe proporcionar herramientas y técnicas para la recogida eficiente y organizada de información, facilitar el análisis crítico y la identificación de patrones, y estructurar la creatividad para permitir la innovación.

En consecuencia, la guía metodológica diseñada contiene todos los elementos principales para llevar al aula la enseñanza del pensamiento lógico-matemático. Esto incluye aspectos como el currículo de la unidad didáctica, la planificación temporal, la metodología, los planes de clase y las actividades. Es crucial señalar que esta guía no pretende ser una norma estricta, sino un recurso de apoyo adaptable, ajustable al contexto de cada institución educativa y a las necesidades específicas de los estudiantes.

Objetivos

Objetivo General

- Fortalecer el razonamiento lógico-matemático de los estudiantes de 3ro de bachillerato mediante la implementación de estrategias didácticas efectivas en su enseñanza.

Objetivos Específicos

- Fundamentar teóricamente la guía didáctica para implementación de estrategia didácticas para la enseñanza del pensamiento lógico-matemático en estudiantes de 3ro BGU
- Diseño del plan de clase con base en los contenidos de matemática a través del currículo en los estudiantes del Bachillerato
- Socializar la guía didáctica a los docentes del área de matemática para la enseñanza de la asignatura en estudiantes de 3ro de Bachillerato.

Estructura de la propuesta

Planificación

En esta primera fase de elaboración de la guía se analizan los aspectos relacionados con el uso de estrategias metodológicas para desarrollar el pensamiento lógico-matemático. Todo ello con la finalidad de diseñar los planes de clase con diferentes actividades y para establecer la temporización correspondiente. Del mismo modo, se considera la estructura general del documento final que comprende la guía, en este sentido el esquema que se propone para este trabajo es el siguiente:

Cuadro No 52. Estructura de la Propuesta

Elemento	Descripción
Carátula	Incluye los datos informativos, tales como nombre de la propuesta, autor, año, etc.
Presentación	Realiza una explicación general del documento.
Introducción	Breve explicación sobre la temática a abordar en el documento y contexto.
Factibilidad	Evidencia la conveniencia o posibilidades de aplicación de la guía metodológica.
Habilidades	Se detallan las habilidades que alcanzarán los estudiantes con el desarrollo de las actividades.
Elementos curriculares	Describe los objetivos del bloque, los contenidos, destrezas e indicadores de evaluación de la asignatura matemática para 3ro BGU
Metodología	Se emplea una combinación de estrategias metodológicas, se fomenta el razonamiento lógico-matemático y se usa GeoGebra, Matlab, Mathcad o Derive para comprobar los resultados numéricos.
Temporización	Se establece el cronograma para el desarrollo de las actividades
Desarrollo de actividades	Se detallan los planes de clase para cada sesión.
Evaluación	Propone instrumentos de evaluación
Atención a la diversidad	Expone aspectos referentes a Necesidades Educativas Especiales.
Recursos	Incluye orientaciones generales sobre el uso de Calculadora científica, GeoGebra y Derive

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Investigador.

Es importante destacar que la implementación de esta propuesta es adaptable según el contexto. Además, su éxito depende de una correcta ejecución, seguimiento y alcance de las actividades realizadas en el aula durante las clases de Matemáticas, con la guía y apoyo continuo del docente.

Socialización

La fase de socialización es dirigida a directivos y docentes que imparten la asignatura de Matemática, se desarrolla con la finalidad de dar a conocer los ítems de la propuesta, los planes de clase, las actividades a ejecutar y algunos instrumentos que pueden ser utilizados para la evaluación. Cabe señalar que las fechas y horarios para la socialización serán establecidos por la autoridad de acuerdo a un cronograma institucional.

Cuadro No 53. Temporización de actividades para el desarrollo y socialización de la propuesta.

No.	Actividades	Objetivo	Recursos	Responsable	Duración
1. Planificación	Recopilación, análisis y síntesis de la información que se incluirá en la elaboración de la guía. Elaboración del cronograma para el desarrollo y socialización de la guía.	Organizar la información que se contemplará en la guía. Establecer un cronograma de actividades para la elaboración y socialización de la guía.	Computador, internet Herramientas digitales. GeoGebra Derive Calculadora científica	Autor	2 semanas
2. Socialización	Reuniones de directivos y docentes de Matemática para la socialización de la guía metodológica.	Socializar y analizar los aportes de la implementación de la guía metodológica.	Computador, internet, proyector. GeoGebra Derive Calculadora científica	Autor	2 semanas

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Investigador

Propuesta

GUÍA METODOLÓGICA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO - MATEMÁTICO

Elaborado por:

Marco Bravo

Revisado por:

M.Sc. Verónica Simbaña

Diseño:

Marco Bravo

Versión 1.0

Fecha de última revisión: 2024/07

Fecha de última actualización: 2024/07

Quito-Ecuador

2024

PRESENTACIÓN

La presente propuesta innovadora va destinada a potenciar el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en estudiantes de tercer año de bachillerato mediante el uso de estrategias metodológicas efectivas. Esta propuesta integra contenidos curriculares clave con la aplicación de software especializado como Matlab, Mathcad, GeoGebra y Derive, ofreciendo un enfoque práctico y tecnológico en la enseñanza de las matemáticas. Al implementar estas herramientas, se busca no solo mejorar la comprensión conceptual de los estudiantes, sino también fomentar habilidades críticas y analíticas que son esenciales para su éxito académico y profesional. Se motiva a los docentes a examinar y adoptar estas estrategias para enriquecer el proceso de enseñanza-aprendizaje y preparar a los estudiantes para los desafíos del futuro.

INTRODUCCIÓN

En el contexto educativo actual, es esencial que los estudiantes desarrollen un pensamiento lógico-matemático sólido para enfrentar los retos del futuro. Así lo afirma Vicens (2021):

> El pensamiento lógico nos rodea y ha sido crucial para el desarrollo del conocimiento, la ciencia y la tecnología. Por lo tanto, es un motor de transformación que se encuentra por todas partes, desde el razonamiento más sencillo hasta las aplicaciones de Inteligencia Artificial (párr. 4).

Enfatizar el pensamiento lógico-matemático en las aulas de clase es esencial para el desarrollo integral de los estudiantes que se preparan para los desafíos futuros y les proporciona habilidades transferibles a diversas áreas del conocimiento y la vida profesional. Esta estrategia educativa es una inversión en el futuro de los estudiantes, preparándolos para ser pensadores críticos y solucionadores de problemas eficaces en un mundo en constante evolución.

Es crucial buscar e implementar estrategias innovadoras que mejoren la enseñanza de las matemáticas en el bachillerato. Esta propuesta tiene como objetivo proporcionar a los docentes estrategias metodológicas efectivas para desarrollar el pensamiento lógico-matemático en estudiantes de tercer año de bachillerato, integrando contenidos curriculares clave con el uso de software especializado como Matlab, Mathcad, GeoGebra y Derive, para ofrecer una experiencia educativa más dinámica y efectiva.

FACTIBILIDAD

La investigación realizada evidencia que la propuesta es factible y aplicable, debido a que se tiene el interés de docentes y estudiantes para fortalecer el uso de estrategias metodológicas para desarrollar el pensamiento lógico-matemático en estudiantes de 3ro Bachillerato. Del mismo modo, la propuesta se fundamenta en marco legal ecuatoriano, lineamientos curriculares vigentes y cuenta con la autorización correspondiente para le implementación del proyecto.

Con referencia a recursos necesarios para la implementación, se debe mencionar que la propuesta considera herramientas tecnológicas de acceso gratuito como el GeoGebra, conectividad a internet e insumos de papelería que pueden ser reciclados. Además, se requiere computador al que la mayoría de alumnos tienen acceso en el laboratorio de informática de la institución educativa y en otros casos tienen disponibles en los hogares. Todo lo anterior considerando la modalidad presencial de estudio.

Como resultado, esta propuesta presenta un plan de implementación de estrategias metodológicas que promueven el pensamiento lógico-matemático y actúa como una guía para los docentes que desean incentivar el aprendizaje, innovar en el proceso de enseñanza y contribuir al desarrollo de habilidades y competencias del siglo XXI en los estudiantes.

HABILIDADES

Las habilidades del razonamiento lógico – matemático involucran las acciones que se realizan para tomar decisiones informadas y abordar situaciones complejas en diversas áreas de la vida. Para esto el MinEduc (2021) afirma que “las habilidades relacionadas en el área de Matemática son aquellas que se desarrollan a partir de la resolución de problemas en el aprendizaje, y que configuran conexiones lógicas para el entendimiento de situaciones de la vida cotidiana” (p. 3). Estas habilidades se pueden caracterizar por los siguientes aspectos:

Gráfico No 51. Habilidades matemáticas.
Elaborado por: Investigador.
Fuente: (MinEduc, 2021).

METODOLOGÍA

La metodología que se utiliza se basa en la necesidad de mejorar la enseñanza de las matemáticas en bachillerato mediante el apoyo herramientas tecnológicas combinadas con actividades pedagógicas interactivas y proyectos prácticos que fomentan un aprendizaje significativo. Se incluye un componente esencial que es la socialización a los docentes acerca de cómo aplicar las estas metodologías. La propuesta también implementa un sistema de seguimiento y evaluación constante para monitorear el progreso de los estudiantes y ajustar las estrategias según sea necesario.

Gráfico No 52. Secuencia metodológica de trabajo.
Elaborado por: Investigador.
Fuente: Investigador.

ELEMENTOS CURRICULARES

Cuadro No 54. Elementos curriculares.

PERIODO	CONTENIDO	DESTREZA	INDICADOR DE EVALUACIÓN
1er Trimestre	**UNIDAD 1:** Operaciones con matrices	**M.5.1.15.** Realizar las operaciones de adición y producto entre matrices M2×2 [R], producto de escalares por matrices M2×2 [R], potencias de matrices M2×2 [R] aplicando las propiedades de números reales.	**M.5.2.2.** Opera con matrices de hasta tercer orden, calcula el determinante, la matriz inversa y las aplica en sistemas de ecuaciones. (I.3.)
	UNIDAD 2: Determinantes	**M.5.1.18.** Calcular determinantes de matrices reales cuadradas de orden 2 y 3 para resolver sistemas de ecuaciones.	
2do Trimestre	**UNIDAD 3:** Función logarítmica y exponencial	**M.5.1.75.** Reconocer a la función logarítmica como la función inversa de la función exponencial para calcular el logaritmo de un número y graficarla analizando esta relación para determinar sus características.	**M.5.3.5.** Obtiene la gráfica de una función exponencial a partir de a^x, mediante traslaciones, homotecias y reflexiones; concibe la función logarítmica como inversa de la función exponencial; aplica propiedades de los logaritmos y halla su dominio, recorrido, asíntotas, intersecciones con los ejes; las aplica en situaciones reales e hipotéticas, con y sin apoyo de la tecnología. (I.3.)
	UNIDAD 4: Resolución de ecuaciones exponenciales y logarítmicas	**M.5.1.77.** Aplicar las propiedades de los exponentes y los logaritmos para resolver sistemas de ecuaciones con funciones exponenciales y logarítmicas con ayuda de las TIC.	
3er Trimestre	**UNIDAD 5:** Programación lineal	**M.5.2.26.** Realizar un proceso de solución gráfica y analítica del problema de programación lineal graficando las inecuaciones lineales, determinando los puntos extremos del conjunto de soluciones factibles y encontrar la solución óptima.	**M.5.4.1.** Identifica las sucesiones según sus características y halla los parámetros desconocidos; aplica progresiones en aplicaciones cotidianas y analiza el sistema financiero local, apreciando la importancia de estos conocimientos para la toma de decisiones asertivas. (J.2.)
	UNIDAD 6: Progresiones aritméticas, geométricas y sumas parciales	M.5.1.55. Aplicar los conocimientos sobre progresiones aritméticas, progresiones geométricas y sumas parciales finitas de sucesiones numéricas para resolver aplicaciones en general y de manera especial en el ámbito financiero de las sucesiones numéricas reales.	

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Currículo de Matemática para BGU.

TEMPORIZACIÓN

El Acuerdo Nro. MINEDUC-MINEDUC-2023-00008-A, referente a la malla curricular de los niveles y subniveles educativos, establece cuatro horas de clase a la semana para Matemática en 3ro de Bachillerato. Cada hora de clase tiene una duración de 40 minutos, por lo que se dispone de 160 minutos para el desarrollo de la asignatura distribuidos en dos días a la semana, mientras que el mes de desarrollaría 640 minutos.

En el siguiente cuadro se detalla la temporización para el desarrollo de las sesiones para completar las unidades didácticas propuesta en 9 meses.

Cuadro No 55. Temporización de actividades

	SECUENCIA DE ACTIVIDADES	**MES**								
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
UNIDAD 1	Análisis y modelado de operaciones con matrices									
UNIDAD 2	Operaciones con determinantes									
UNIDAD 3	Análisis y aplicaciones de la función exponencial y logarítmica.									
UNIDAD 4	Planteamiento y resolución de ecuaciones exponenciales y logarítmicas									
UNIDAD 5	Análisis de situaciones que involucre programación lineal									
UNIDAD 6	Aplicaciones de progresiones aritméticas, geométricas y sumas parciales									

Elaborado por: Investigador.
Fuente: Investigación propia.

SECUENCIA DIDÁCTICA

UNIDAD EDUCATIVA FISCOMISIONAL “MARÍA INMACULADA”
Educamos con suavidad y Firmeza desde 1927

<table>
<tr><th colspan="5">PLAN DE LA UNIDAD 1</th></tr>
<tr><th colspan="5">DATOS INFORMATIVOS</th></tr>
<tr><td>Área:</td><td colspan="4">Matemáticas</td></tr>
<tr><td>Docente:</td><td>Asignatura:</td><td>Curso:</td><td colspan="2">Trimestre</td></tr>
<tr><td>Ing. Marco Bravo</td><td>Matemática</td><td>3ro BGU</td><td colspan="2">1er Trimestre</td></tr>
<tr><td>Objetivo didáctico:</td><td colspan="4">Realizar las operaciones de adición y producto entre matrices M2×2 [R], producto de escalares por matrices M2×2 [R], potencias de matrices M2×2 [R] aplicando las propiedades de números reales.</td></tr>
<tr><td>Tema:</td><td colspan="4">Análisis y modelado de operaciones con matrices</td></tr>
<tr><td>Destreza:</td><td colspan="2">Estrategia:</td><td>Lugar:</td><td>N° Períodos de clase:</td></tr>
<tr><td>M.5.1.15.</td><td colspan="2">Expositiva+ Resolución de problemas + Actividades</td><td>Aula/Lab. Informática/ Casa</td><td>32</td></tr>
<tr><th colspan="5">PLANIFICACIÓN</th></tr>
</table>

Análisis de conceptos y propiedades

Para tratar este tema se ha determinado que el aula invertida unificada ayudaría en gran manera a la comprensión de los conceptos

Antes de la clase:

- Revisión del contenido teórico propuesto donde se abarca conceptos fundamentales de matrices, incluyendo definición, tipos, suma, resta, y multiplicación, así como propiedades clave.
- Realización de un mapa conceptual sobre tipos de matrices y propiedades
- Requisitos para resolver problemas que requieran lógica para aplicar la suma de matrices.
- Comprender la dinámica de los ejercicios resueltos que se encuentran en el contenido teórico.
- Explorar matrices y matrices y operaciones de suma, resta y multiplicación, explorando cómo se combinan y se afectan entre sí, utilizando GeoGebra, Matlab, MathCAD o Derive.
- Evaluar la comprensión teórica de las operaciones con matrices y sus propiedades.

- Reflexionar sobre aplicaciones reales de matrices en problemas que requieran razonamiento lógico-matemático.

Durante la clase:

- Análisis de los conceptos teóricos relacionados con suma, resta y multiplicación de matrices.
- Resolución de dudas sobre el material de estudio y las actividades realizadas antes de la clase.
- Resolver en clase problemas de suma, resta y multiplicación de matrices y comprobar los resultados utilizando herramientas como GeoGebra, MATLAB, MathCAD o Derive.
- Resolución de problemas integradores que expresen todas las operaciones de matrices, empleando herramientas tecnológicas para explorar, visualizar y resolver los problemas.

Después de la clase:

- Resolver problemas más complejos que combinen todas las operaciones de matrices y el uso de herramientas tecnológicas, enfocándose en situaciones que requieran un razonamiento lógico sólido y soluciones creativas.
- Desarrollar un proyecto que integre la suma, resta y multiplicación de matrices en un contexto aplicado (como análisis de datos, optimización de recursos, modelado matemático, etc.), utilizando las herramientas tecnológicas discutidas en clase.
- Presentar los resultados del proyecto, destacando el uso del razonamiento lógico y cómo las herramientas tecnológicas facilitaron la solución del problema.
- Realizar un escrito sobre el proceso de aprendizaje, enfatizando la importancia del razonamiento lógico y el uso de herramientas tecnológicas en la comprensión y aplicación de las operaciones con matrices.
- Participar en una encuesta de retroalimentación para evaluar la efectividad del aula invertida y sugerir posibles mejoras.

Contenido teórico y práctico

Operaciones con matrices

Son procesos matemáticos para modificar arreglos bidimensionales de números contenidos en filas y columnas. Incluyen suma, resta, multiplicación por un escalar y multiplicación entre matrices.

Suma y resta de matrices

Dadas dos matrices, A y B, de la misma dimensión, m × n, la matriz suma, A + B o A-B, es la que obtenemos sumando los elementos que en cada una de ellas ocupan la misma posición:

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix}$$

Resultado de efectuar la operación:

$$A+B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix}$$

$$A+B=\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \dots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \dots & a_{2n}+b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2} & \dots & a_{mn}+b_{mn} \end{pmatrix}$$

Multiplicación por un escalar

Se refiere al producto de un número real por una matriz. En la multiplicación escalar, cada entrada en la matriz se multiplica por el escalar dado, así:

$$k \cdot \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \cdot a_{11} & \cdots & k \cdot a_{1n} \\ k \cdot a_{21} & \cdots & k \cdot a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k \cdot a_{m1} & \cdots & k \cdot a_{mn} \end{pmatrix}$$

Ejemplo 1:

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 \\ -2 & 6 & 7 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -9 & 5 & 10 \\ -8 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

Hallar:
a)A + B
b)A - B
c)2B - 5A

$a)$

$$A+B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 \\ -2 & 6 & 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -9 & 5 & 10 \\ -8 & -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-9 & -3+5 & 5+10 \\ -2-8 & 6-3 & 7+1 \end{pmatrix}$$

$$A+B = \begin{pmatrix} -8 & 2 & 15 \\ -10 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

$b)$

$$A-B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 \\ -2 & 6 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -9 & 5 & 10 \\ -8 & -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+9 & -3-5 & 5-10 \\ -2+8 & 6+3 & 7-1 \end{pmatrix}$$

$$A-B = \begin{pmatrix} 10 & -8 & -5 \\ 6 & 9 & 6 \end{pmatrix}$$

$c)$

$$2B-5A = 2\begin{pmatrix} -9 & 5 & 10 \\ -8 & -3 & 1 \end{pmatrix} - 5\begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 \\ -2 & 6 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -18 & 10 & 20 \\ -16 & -6 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & -15 & 25 \\ -10 & 30 & 35 \end{pmatrix}$$

$$2B-5A = \begin{pmatrix} -18-5 & 10+15 & 20-25 \\ -16+10 & -6-30 & 2-35 \end{pmatrix}$$

$$2B-5A = \begin{pmatrix} -23 & 25 & -5 \\ -6 & -36 & -33 \end{pmatrix}$$

Ejemplo 2:

Considere un comerciante de vehículos que vende dos modelos: Sencilla y Premier. Cada modelo está disponible en uno de dos colores, rojo y azul. Suponga que las ventas para julio y agosto están representadas por las matrices de ventas. Determine las ventas totales de cada modelo.

$$J = \begin{array}{c} Rojo \\ Azul \end{array}\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \qquad\qquad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Solución:

$$\begin{aligned} J + A &= \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1+2 & 3+1 \\ 4+3 & 2+5 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 7 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Por lo tanto, se venden:

$$Sencilla\begin{cases} 3\ Rojos \\ 7\ Azules \end{cases} \qquad \text{Premier}\begin{cases} 4\ Rojos \\ 7\ Azules \end{cases}$$

Desarrollar los siguientes ejercicios en clases

1. Realice las operaciones indicadas

a) $\begin{bmatrix} 2 & 7 & -3 \\ -1 & 4 & 2 \\ 1 & -3 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 \\ -2 & 3 & 2 \\ 9 & 11 & -7 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 2 & -9 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ -5 & -9 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 7 & -9 \\ 3 & -8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 9 & -2 \\ 10 & -0 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 8 & 8 \end{bmatrix} + 12$

e) $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$

f) $\begin{bmatrix} 2 & -6 & 0 \\ -3 & 8 & 0 \\ 5 & 7 & 10 \end{bmatrix} + \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 9 & 0 & 30 \\ 0 & 6 & 0 \\ 3 & 18 & 27 \end{bmatrix}$

g) $4\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - 5\left(\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & -3 & 3 \\ -4 & 22 & -10 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}\right)$

2. Dadas las matrices y de acuerdo a ello realice las operaciones solicitadas:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & -4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -7 & -6 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} \quad 0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

a) -2C

b) –(A-B)

c) 3(0)

d) 3(2A-3B)

e) 3C – 2B

f) 5A + 3(4A + 5C)

3. Plantear las matrices y dar solución a los siguientes enunciados

- Una compañía vende dos tipos de juguetes: de acción y educativos.
  La matriz A representa las ventas (en miles de dólares) de la compañía de juguetes en el año 2003, en tres ciudades, y la matriz B representa las ventas en las mismas ciudades en el año 2005.

  $$A = \begin{array}{r} \textit{Acción} \\ \textit{Educativos} \end{array}\begin{bmatrix} 400 & 350 & 150 \\ 450 & 280 & 850 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{array}{r} \textit{Acción} \\ \textit{Educativos} \end{array}\begin{bmatrix} 380 & 330 & 220 \\ 460 & 320 & 750 \end{bmatrix}$$

  La compañía compra a un competidor y en el año 2006 dobla las ventas que tuvo en el año 2005. ¿Cuál es el cambio en ventas entre el año 2003 y el 2006?

- Una empresa de motocicletas dispone de dos plantas de fabricación, una en China y la otra en Indonesia, en las que fabrica dos modelos de motos M1 y M2 en tres colores, rojo, verde y azul. Su capacidad de producción diaria cada planta, esta representado por la matrices C (para China) e I (para Indonesia)

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} M_1 & M_2 \end{array} \\ C = & \begin{pmatrix} 300 & 95 \\ 250 & 100 \\ 200 & 100 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ rojo \\ verde \\ azul \end{array} \qquad \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} M_1 & M_2 \end{array} \\ I = & \begin{pmatrix} 190 & 90 \\ 200 & 100 \\ 150 & 80 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ rojo \\ verde \\ azul \end{array}$$

Determinar:

a) La matriz T = C + I
b) Interprete los elementos t31 y t12
c) La matriz D = C – I

- Una cadena de tiendas de electrónica tiene dos distribuidores en Quito. En Julio las ventas de televisores, cámaras fotográficas y IPod en los dos almacenes estuvieron dados por la siguiente tabla:

	TV	CF	IPod
Distribuidor 1	22	36	20
Distribuidor 2	18	42	24

Si la empresa establece ventas netas para el mes de agosto en un 50% de aumento sobre las ventas de julio, escriba la matriz que representa las ventas proyectadas para agosto.

- Cierta fábrica de fragancias posee tres marcas X, Y y Z, distribuyendo su producción en cuatro tiendas. Los litros almacenados en la primera tienda vienen dados por la siguiente matriz

$$A = \begin{array}{c} \\ Agua\ de\ colonia \\ Perfume \\ Esencia \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} X & Y & Z \end{array} \\ \begin{pmatrix} 22 & 46 & 80 \\ 2 & 1.5 & 3 \\ 0.6 & 0.2 & 0.1 \end{pmatrix} \end{array}$$

Si la segunda tienda almacena el doble que la primera, la tercera la mitad y la cuarta el triple. ¿Qué volumen de producción se tiene almacenada en total?

En el laboratorio de computación y en sus casas los estudiantes deberán interactuar con los programas para comprobar las operaciones con matrices aprendidas en clases.

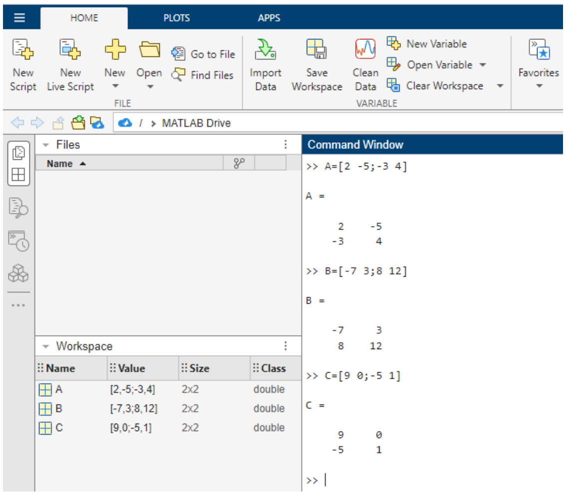
Dadas las matrices:

$$A=\begin{pmatrix}2 & -5\\ -3 & 4\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}-7 & 3\\ 8 & 12\end{pmatrix}\qquad C=\begin{pmatrix}9 & 0\\ -5 & 1\end{pmatrix}$$

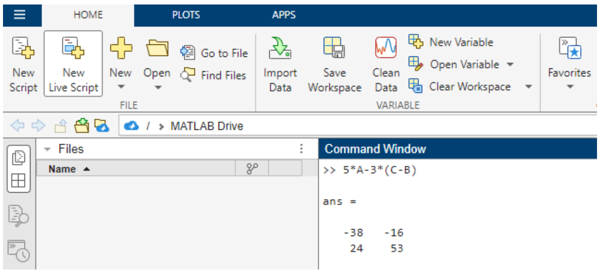
Efectuar: 5A -3(C-B)

Resolución con Matlab:

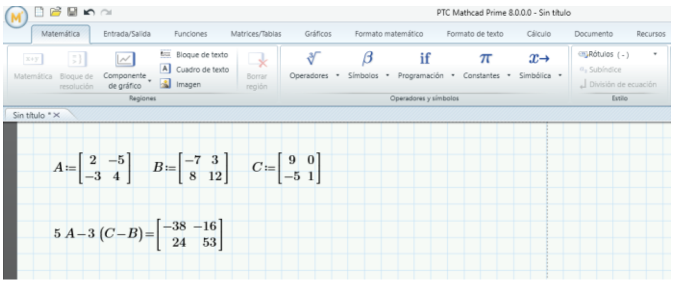
Ingresamos los valores de las matrices



Efectuamos la operación solicitada y verificamos su solución

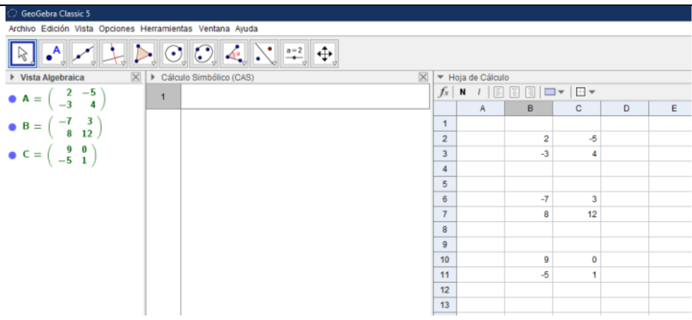


Solución con MathCad:

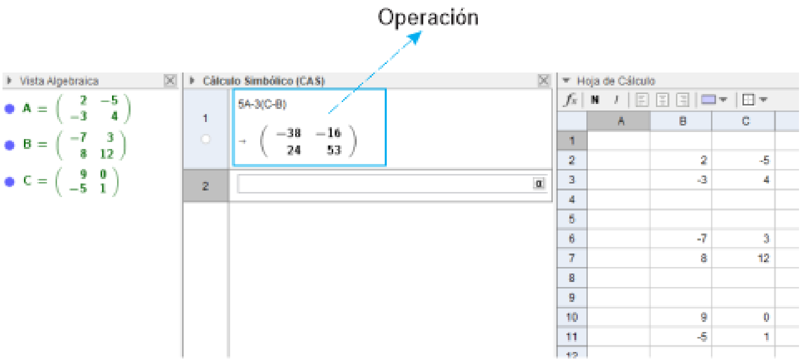


Solución con GeoGebra:

Ingresamos los valores en la hoja de cálculo para luego parale a matriz

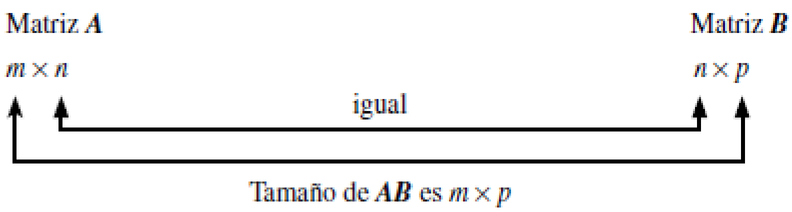


Establecemos las operaciones con las matrices insertadas y comprobamos el resultado obtenido.



Multiplicación entre matrices

El producto AB de dos matrices solo está definido si el número de columnas de A es igual al número de filas de B.



La matriz producto es de dimensión m × n.

Una vez definido la compatibilidad para esta operación entonces el producto A · B es la que obtenemos de la siguiente forma:

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mk} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & ka_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{k1} & \cdots & ka_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \cdot C_1 & \cdots & F_1 \cdot C_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ F_m \cdot C_1 & \cdots & F_m \cdot C_n \end{pmatrix}$$

A continuación, se exponen las principales propiedades que rigen dentro de la multiplicación entre matrices:

Propiedades de la multiplicación de matrices	
Asociativa	$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
Distributiva por la izquierda de la multiplicación respecto a la adición	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
Distributiva por la derecha de la multiplicación respecto a la adición	$(A + B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C$
No conmutatividad	$A \cdot B \neq B \cdot A$

Ejercicio 1

Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 1 & -5 \\ 9 & 6 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -7 & 1 & 0 \\ 8 & -10 & -3 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} -7 & 1 & 0 \\ 8 & -10 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 1 & -5 \\ 9 & 6 \end{pmatrix}$$

2x3 3x2

Dimensión: 2x2

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 28+1+0 & -35-5+0 \\ -32-10-27 & 40+50-18 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 29 & -40 \\ -69 & 72 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 2

Un local tiene 100 revistas, 70 libros de cocina y 90 novelas en existencia. El valor de cada revista es de \$28, cada libro de cocina cuesta \$22 y cada novela \$16. Aplicar el producto de matrices para determinar el valor total del inventario del local.

El inventario de se puede ubicar en una matriz fila:

$$A = \left(\overset{\text{Revistas}}{\overset{\uparrow}{100}} \quad \underset{\substack{\downarrow \\ \text{Libros de} \\ \text{cocina}}}{70} \quad \overset{\text{Novelas}}{\overset{\uparrow}{90}}\right)$$

El costo se lo representara en una matriz columna:

$$C = \begin{pmatrix} 28 \\ 22 \\ 16 \end{pmatrix}$$

El valor total se calcularía multiplicando AC

$$V_{Total} = A \cdot C$$

$$V_{Total} = \begin{pmatrix} 100 & 70 & 90 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 28 \\ 22 \\ 16 \end{pmatrix}$$

$$V_{Total} = \left[100(28) + 70(22) + 90(16)\right]$$

$$V_{Total} = (2800 + 1540 + 1440)$$

$$V_{Total} = \$5780$$

Desarrollar los siguientes ejercicios:

1. Realice las operaciones de multiplicación entre matrices

a) $\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} -6 & 2 \\ 0 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 & -6 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 2 & 7 & 0 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 2 & 6 & -2 \\ 0 & 7 & 3 \\ -3 & 9 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -7 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 9 \end{pmatrix} \cdot \left[\begin{pmatrix} 4 & -7 & 2 \\ 8 & -6 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 12 & -1 & 7 \\ 9 & -3 & -5 \end{pmatrix} \right]$

f) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

g) $\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

h) $\begin{pmatrix} 3 & -8 \\ 0 & 5 \\ 7 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

2. Dadas las matrices, realizar las operaciones indicadas

$A = \begin{pmatrix} 8 & -3 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$ $\quad B = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 0 \\ 2 & -5 & 2 \end{pmatrix}$ $\quad C = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ $\quad E = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 24 \end{pmatrix}$ $\quad F = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{6} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$

$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Determinar:

a) $F-\frac{1}{2}DI$ b) DD c) $3A-2BC$

d) $B(D+E)$ e) $3I-\frac{2}{3}FE$ f) $CB(D-I)$

g) $(DC)A$ h) $A(BC)$

3. Calcule las matrices requeridas

$$A=\begin{pmatrix}1 & -3 & 0\\ 0 & 4 & 6\end{pmatrix}\quad B=\begin{pmatrix}0 & 0 & -8\\ 3 & -6 & 0\\ 0 & 0 & 5\end{pmatrix}\quad C=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 3 & -4\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$I=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\quad 0=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

Determinar:

a) A^2 b) A^TA c) $A\left(B^T\right)^2C$

d) $(AIC)^T$ e) $\left(A^TC^TB\right)^0$ f) $(AC)(AC)^T$

g) $B^2-3B+2I$

4. Plantear las matrices y dar su respectiva solución

- Para la puesta en marcha de una máquina, es necesario calibrarla con los parámetros específicos que demandan energía en ciertos módulos; sin embargo, minutos antes del funcionamiento, la máquina se desconfigura y se recurre al manual de diseño donde se presenta la expresión:

$$2\begin{bmatrix}4 & 5\\ 2 & 8\end{bmatrix}+3\begin{bmatrix}3 & 2\\ 1 & 5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$$

  Calcule la matriz resultante con los valores específicos para poder calibrar la máquina.

- Un agente de bolsa vendió a un cliente 200 acciones tipo A, 300 tipo B, 500 tipo C y 250 tipo D. Los precios por acción de A, B, C y D son \$100, \$150, \$200 y \$300, respectivamente. Escriba un vector renglón que represente el número de acciones compradas de cada tipo. Escriba un vector columna que represente el precio por acción de cada tipo. Utilizando la multiplicación de matrices, encuentre el costo total de las acciones.

- Una fábrica de muebles fábrica tres tipos de modelos de estanterías: A, B y C. En cada uno de los tamaños, grande y pequeño. Produce diariamente 1000 estanterías grandes y 8000 pequeñas de tipo A, 8000 grandes y 6000 pequeñas del tipo B, y 4000 grandes y 6000 pequeñas de tipo C. Cada estantería grande lleva 16 tornillos y 6 soportes y cada estantería pequeña lleva 12 tornillos y 4 soportes, en cualquiera de los tres modelos.
  a) Representar la información en dos matrices
  b) Hallar una matriz que represente la cantidad de tornillos y de soportes para la producción diaria de cada uno de los modelos de estantería

- Dos familias, F1 y F2 tienen los siguientes consumos de arroz y de carne:
  F1:62lbs de arroz y 46lbs de carne.
  F2:93lbs de arroz y 62lbs de carne.

  Los precios fueron:
  En 2023, el arroz \$0.55 y la carne \$2.80
  En 2024, el arroz \$0.65 y la carne \$3.50

  ¿Cuál fue el gasto por alimentación de las familias en cada año?

- En cierta financiera de la banca de la ciudad de Quito se analizaron los salarios de los empleados con el propósito de revisar el porcentaje de aumento de sueldo. Los datos son: en la agencia centro hay 12 cajeros, 7 personas de administrativo y 3 de servicios varios; en la agencia norte y sur, su distribución respectiva es (10, 6, 4) y (13, 6, 5). El salario que percibe un cajero es de \$ 750; el de un administrativo es de \$ 1 200; y el de un empleado de servicios varios es \$ 415.

  Analiza los egresos mensuales por sueldos de cada agencia.

  El gerente general ha considerado un aumento del 10 % para cada sector. Contesta: ¿cuál es el egreso que se genera por cada grupo de empleados y por cada agencia?

- Una fábrica elabora clavos de acero, hierro y madera para tres empresas diferentes. La matriz de producción del primer trimestre es:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} EA & EB & EC \end{array} \\ \begin{array}{c} CH \\ CA \\ CM \end{array} & \left\{ \begin{array}{ccc} 380 & 510 & 620 \\ 430 & 450 & 720 \\ 510 & 380 & 472 \end{array} \right. \end{array}$$

Resuelve. Si en el segundo trimestre se duplicó la producción, en el tercero se redujo a la mitad y en el cuarto se mantuvo, ¿cuál fue la producción anual?, ¿cuál fue la producción trimestral?

Uso de GeoGebra para realizar multiplicación entre matrices

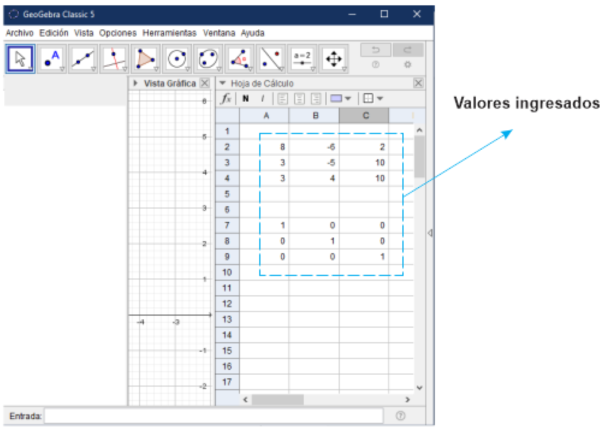
Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 8 & -6 & 2 \\ 3 & -5 & 10 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix} \qquad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

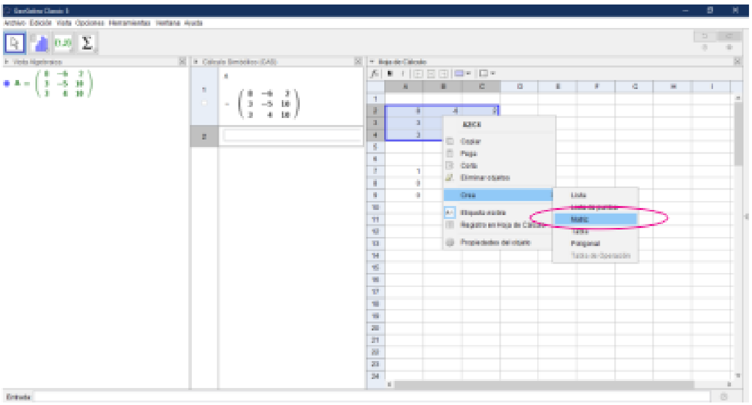
Hallar: $A^2 - 4A + 3I$

Ingresamos el valor de las matrices en el software

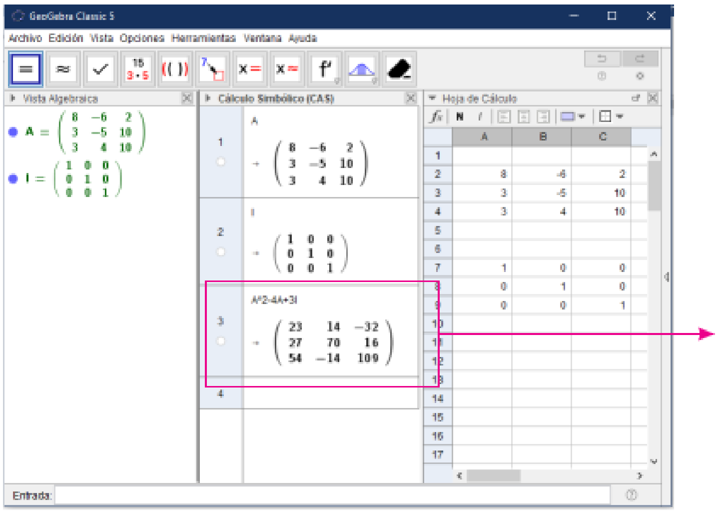
En la hoja de cálculo colocamos los valores respectivos de las matrices



A los valores ingresado les convertimos en matrices



Como paso final ingresamos la operación y verificamos el resultado



UNIDAD EDUCATIVA FISCOMISIONAL "MARÍA INMACULADA"
Educamos con suavidad y Firmeza desde 1927

<table>
<tr><th colspan="5">PLAN DE LA UNIDAD 2</th></tr>
<tr><td colspan="5">DATOS INFORMATIVOS</td></tr>
<tr><td>Área:</td><td colspan="4">Matemáticas</td></tr>
<tr><td>Docente:</td><td>Asignatura:</td><td>Curso:</td><td colspan="2">Trimestre</td></tr>
<tr><td>Ing. Marco Bravo</td><td>Matemática</td><td>3ro BGU</td><td colspan="2">1er Trimestre</td></tr>
<tr><td>Objetivo didáctico:</td><td colspan="4">Calcular determinantes de matrices reales cuadradas de orden 2 y 3 para resolver sistemas de ecuaciones.</td></tr>
<tr><td>Tema:</td><td colspan="4">Análisis y modelado de operaciones con matrices</td></tr>
<tr><td>Destreza:</td><td colspan="2">Estrategia:</td><td>Lugar:</td><td>N° Períodos de clase:</td></tr>
<tr><td>M.5.1.18.</td><td colspan="2">Expositiva+ Resolución de problemas + Actividades</td><td>Aula/Lab. Informática/ Casa</td><td>8</td></tr>
<tr><td colspan="5">PLANIFICACIÓN</td></tr>
</table>

Planificación de ABP: Determinantes

Duración: 1 mes (4 semanas, 4 horas por semana)

Objetivo

Los estudiantes aplicarán el concepto de determinantes de matrices en problemas prácticos y abstractos, utilizando herramientas tecnológicas como GeoGebra y MathCAD para facilitar la resolución y análisis.

Semana 1: Introducción al Concepto de Determinantes y Problema Central

1. Presentación de concepto teórico
   - Definición de determinante
   - Cálculo del determinante para orden de 2x2 y 3x3
   - Propiedades fundamentales del determinante
2. Presentación de un problema
   - Un terreno de una población se asemeja a un triángulo, y se pide hallar el área ocupada por los habitantes utilizando determinantes. Las coordenadas del triángulo son A (1,2); B (5,7) y C (9,-1).
   - Los estudiantes deben discutir en grupos cómo podrían utilizar determinantes para resolver este problema.
3. Ejemplo guiado

- Resolver en conjunto el ejemplo de determinante de una matriz 3x3, y cómo se aplica para encontrar áreas, utilizando el ejemplo de la solución presentada en el documento.
- Herramientas: Pizarra y discusión en clase.

Semana 2: Exploración y Resolución del Problema

1. Los estudiantes trabajan en grupos para poder resolver el problema expuesto utilizando determinantes:
   - Calcular manualmente el determinante.
   - Dialogar cómo este determinante se relaciona con el área del triángulo.
   - Utilizar GeoGebra para visualizar y confirmar los cálculos.
2. Presentación de resultados
   - Cada grupo presenta sus resultados, explicando el proceso seguido y cómo llegaron a la solución.
   - Discusión sobre las posibles diferencias en las respuestas y cómo se pueden ajustar los métodos para obtener resultados precisos.
3. Introducción a Herramientas Tecnológicas
   - Breve demostración de cómo utilizar MathCAD para calcular determinantes.
   - Los estudiantes practican ingresando diferentes matrices y calculando sus determinantes con esta herramienta.

Semana 3: Expansión del Problema y Nuevos Retos

1. Problemas adicionales
   - Resolver problemas adicionales del documento, como:
     - ✓ Determinar si tres puntos están en línea recta utilizando determinantes.
     - ✓ Resolver ecuaciones utilizando determinantes.

2. Aplicación en geometría
    - Discutir y resolver cómo los determinantes pueden ayudar a encontrar áreas y volúmenes en geometría.
    - Ejemplo: Utilización de determinantes en el cálculo de áreas de triángulos formados por puntos en el plano.

3. Uso avanzado de herramientas
    - Aplicar GeoGebra y MathCAD para resolver los problemas planteados.
    - Experimentar con matrices de mayor orden y observar cómo varía el determinante.

Semana 4: Presentación de Proyectos y Evaluación

1. Proyecto final
    - Los estudiantes, en grupos, desarrollan un proyecto final donde apliquen determinantes para resolver un problema práctico o teórico.
    - Ejemplo de Proyecto: Demostrar cómo el concepto de determinantes se puede aplicar en un contexto diferente al área, como en la solución de sistemas de ecuaciones lineales.
2. Presentación del proyecto
    - Cada grupo presenta su proyecto al resto de la clase.
    - Discusión sobre las aplicaciones de los determinantes y cómo las herramientas tecnológicas facilitaron el trabajo.
3. Evaluación y Reflexión
    - Reflexión sobre el proceso de aprendizaje, destacando la importancia de los determinantes en matemáticas y sus aplicaciones.
    - Evaluación del proyecto y la participación de los estudiantes a lo largo del mes.

Contenido teórico

Determinantes

Un determinante es un valor escalar que se puede calcular a partir de una matriz cuadrada. Este valor tiene varias propiedades importantes y aplicaciones en álgebra lineal, geometría y cálculo.

Determinante de orden 2

Dada la matriz de dimensión 2x2:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

El determinante esta dado por:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

$(-)$

$(+)$

Por lo tanto:

$$\det \boldsymbol{A} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

Determinante de orden 3

Dada la matriz de dimensión 3x3:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Se escribe el determinante de 3x3, para resolverlo se repiten los dos primeros renglones y se multiplican las entradas en diagonal como se indica:

$$det(\boldsymbol{A}) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{vmatrix} \begin{matrix} (-) \\ (-) \\ (-) \\ (+) \\ (+) \\ (+) \end{matrix}$$

Por lo tanto, el determinante es:

$$\det \boldsymbol{A} = (a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{21} \cdot a_{32} \cdot a_{13} + a_{31} \cdot a_{12} \cdot a_{23}) - (a_{21} \cdot a_{12} \cdot a_{33} + a_{11} \cdot a_{32} \cdot a_{23} + a_{31} \cdot a_{22} \cdot a_{13})$$

$$\det \boldsymbol{A} = a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{21} \cdot a_{32} \cdot a_{13} + a_{31} \cdot a_{12} \cdot a_{23} - a_{21} \cdot a_{12} \cdot a_{33} - a_{11} \cdot a_{32} \cdot a_{23} - a_{31} \cdot a_{22} \cdot a_{13}$$

Ejemplo 1:

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

Hallar el valor de su determinante

Solución:

$$\det|A| = \begin{vmatrix} 5 & 9 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\det|A| = 5(1) - 3(9)$$

$$\det|A| = -22$$

Ejemplo 2:

Dada la matriz

$$H = \begin{pmatrix} 7 & -5 & 3 \\ 1 & 9 & -6 \\ -4 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Hallar el valor de su determinante

Solución:

$$\det H = \begin{vmatrix} 7 & -5 & 3 \\ 1 & 9 & -6 \\ -4 & 2 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 7 & -5 & 3 \\ 1 & 9 & -6 \\ -4 & 2 & -1 \\ 7 & -5 & 3 \\ 1 & 9 & -6 \end{vmatrix}$$

$$\det H = -63 + 6 - 120 - [-108 - 84 + 5]$$

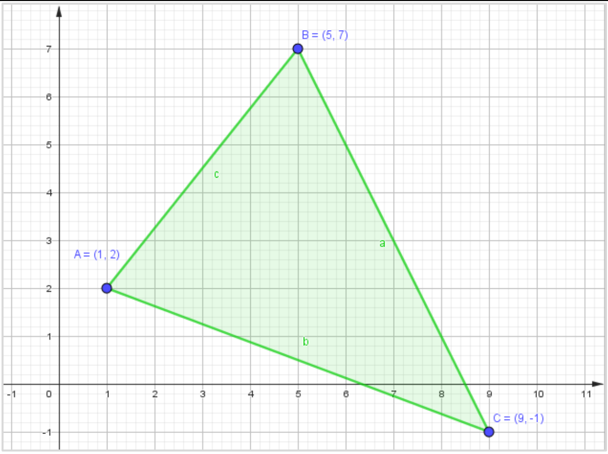
$$\det H = -177 - (-187)$$

$$\det H = 10$$

Ejemplo 3:

El terreno de una cierta población se asemeja a un triángulo que se ubica en las siguientes coordenadas A (1,2); B (5,7) y C (9,-1). Utilizando determinantes halle el área ocupada por los habitantes

Solución:



$$A=\frac{1}{2}\left|\det\begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{pmatrix}\right|$$

$$A=\frac{1}{2}\left|\det\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 5 & 7 & 1 \\ 9 & -1 & 1 \end{pmatrix}\right|$$

$$A=\frac{1}{2}\left\|\begin{matrix} 1 & 2 & 1 \\ 5 & 7 & 1 \\ 9 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 5 & 7 & 1 \end{matrix}\right\|$$

$$A=\frac{1}{2}\left|7-5+18-(63-1+10)\right|$$

$$A=\frac{1}{2}\left|-52\right|=\frac{1}{2}(52)$$

$$A=26km^2$$

Actividades:

1. Hallar el valor del determinante para las matrices que se indican

a) $A=\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 11 \end{pmatrix}$ b) $B=\begin{pmatrix} -7 & 8 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$ c) $C=\begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 14 & -9 \end{pmatrix}$

d) $E=\begin{pmatrix} 3 & -2 & 7 \\ 4 & 5 & 3 \\ 0 & 5 & -4 \end{pmatrix}$ e) $D=\begin{pmatrix} -4 & -7 & -3 \\ -5 & -2 & -4 \\ 2 & 0 & -7 \end{pmatrix}$

2. Dar solución a los siguientes planteamientos
   - El terreno de una cierta población se asemeja a un triángulo que se ubica en las siguientes coordenadas A (-6,2); B (2,4) y C (5,-3). Utilizando determinantes halle el área ocupada por los habitantes

   - Demostrar mediante determinantes que los siguientes puntos A (-8,5); B (2,1) y C (7, -1) se encuentran en línea recta. Utilice la siguiente expresión:

$$\det\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

   - Resolver la siguiente ecuación:

$$\det\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x & 4 & 6 \\ 4 & x & 12 \end{vmatrix} = 0$$

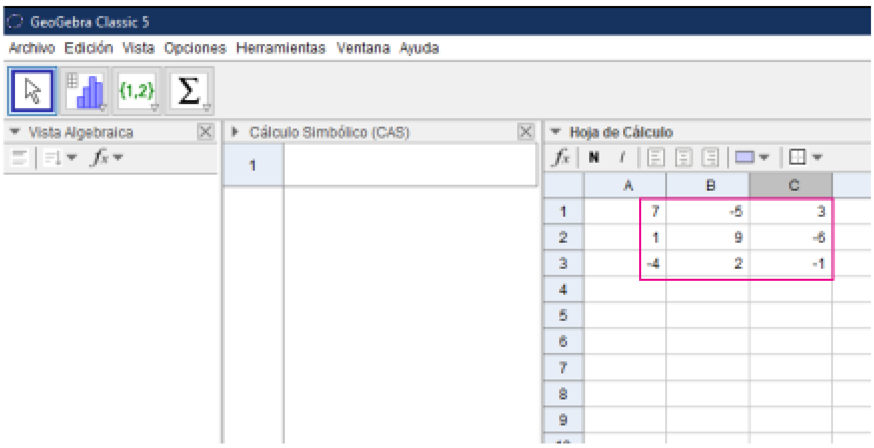
Uso de GeoGebra para determinantes

Dada la matriz

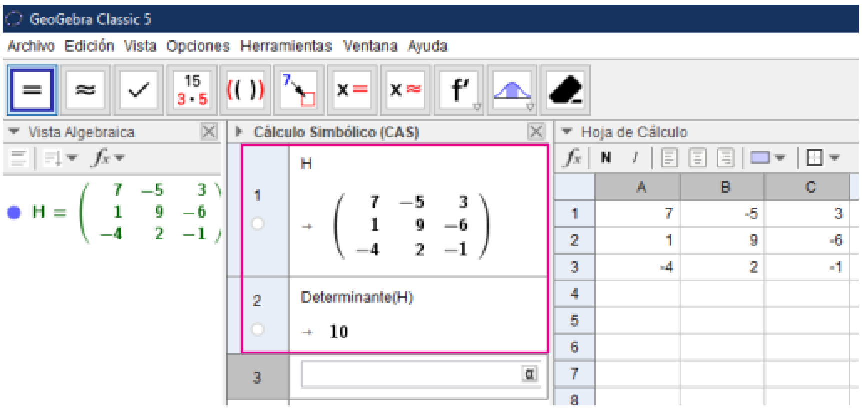
$$H = \begin{pmatrix} 7 & -5 & 3 \\ 1 & 9 & -6 \\ -4 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Hallar el valor de su determinante

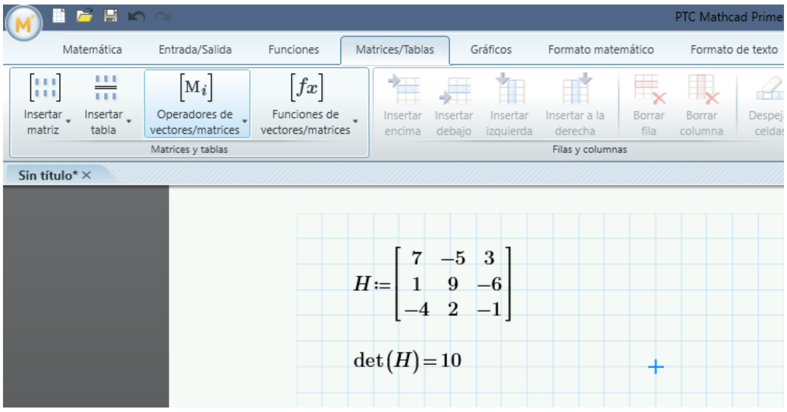
Ingresamos los valores de los coeficientes en la hoja de cálculo de GeoGebra



Le transformamos a matriz y luego ingresamos la operación de determinantes



Uso de MathCad para determinantes
Ingresamos el valor de la matriz e inmediatamente calculamos el determinante



	UNIDAD EDUCATIVA FISCOMISIONAL “MARÍA INMACULADA” Educamos con suavidad y Firmeza desde 1927			
PLAN DE LA UNIDAD 3				
DATOS INFORMATIVOS				
Área:	Matemáticas			
Docente:	**Asignatura:**	**Curso:**	**Trimestre**	
Ing. Marco Bravo	Matemática	3ro BGU	2do Trimestre	
Objetivo didáctico:	Reconocer a la función logarítmica como la función inversa de la función exponencial para calcular el logaritmo de un número y graficarla analizando esta relación para determinar sus características.			
Tema:	Función logarítmica y exponencial			
Destreza:	**Estrategia:**	**Lugar:**	**N° Períodos de clase:**	
M.5.1.15.	Expositiva+ Resolución de problemas + Actividades	Aula/Lab. Informática/ Casa	8	
PLANIFICACIÓN				

Objetivo General:

Los estudiantes desarrollarán una comprensión sólida de las funciones exponenciales y su aplicación en diversos contextos, utilizando guías de aprendizaje, talleres de aprendizaje, actividades prácticas, y recibirán evaluación continua con retroalimentación.

Semana 1: Introducción a las Funciones Exponenciales

1. Guías de aprendizaje
   - Contenido
     - ✓ Definición de la función exponencial
     - ✓ Propiedades fundamentales
     - ✓ Graficas de las funciones exponenciales con diferentes bases

   - Actividad de lectura y reflexión
     - ✓ Lectura del material teórico sobre funciones exponenciales
     - ✓ Realización de un resumen sobre las propiedades y gráficas de funciones exponenciales.

2. Talleres de aprendizaje
   - Actividad

- ✓ Crear una tabla de valores y graficar funciones exponenciales utilizando GeoGebra.
- ✓ Análisis de cómo varía la gráfica según la base de la función.

– Objetivo

- ✓ Comprender visualmente el comportamiento de las funciones exponenciales.

3. Actividades prácticas
   - Resolver problemas básicos que involucren la gráfica y la interpretación de funciones exponenciales.
   - Ejercicio del documento: Modelar una función exponencial y graficar el crecimiento poblacional.

4. Evaluación y retroalimentación
   - Cuestionario sobre conceptos clave de funciones exponenciales y su representación gráfica.
   - Discusión en clase sobre los resultados del cuestionario y corrección de errores comunes.

Semana 2: Aplicaciones de las Funciones Exponenciales en el Interés Compuesto

1. Guías de aprendizaje
   - Contenidos
     - ✓ Cálculo del interés compuesto.
     - ✓ Aplicación de funciones exponenciales para calcular el crecimiento del capital.
   - Actividad de lectura
     - ✓ Lectura de la sección sobre interés compuesto y fórmula exponencial del documento.

2. Taller de aprendizaje
   - Actividad

- ✓ Calcular el crecimiento del capital utilizando la fórmula de interés compuesto para diferentes períodos de capitalización (anual, semestral, trimestral, mensual, diario).
- ✓ Uso de MathCAD o GeoGebra para simular y resolver problemas de interés compuesto.

3. Actividades prácticas
   - Resolver problemas del documento, como el cálculo del monto obtenido después de varios años con diferentes períodos de capitalización.
   - Realizar un pequeño proyecto donde se modela el crecimiento de una inversión utilizando GeoGebra y MathCAD.

4. Evaluación y Retroalimentación:
   - Evaluación formativa
     - ✓ Evaluar la comprensión mediante la resolución de un conjunto de problemas de interés compuesto.
   - Retroalimentación
     - ✓ Comentarios sobre las soluciones presentadas y recomendaciones para mejorar la precisión en los cálculos.

Semana 3: Función Exponencial en Biología y Tecnología

1. Guía de aprendizaje
   - Contenido
     - ✓ Modelado del crecimiento poblacional utilizando funciones exponenciales.
     - ✓ Aplicaciones tecnológicas, como el cálculo de amplitud en ecómetros.
   - Actividad de lectura

- ✓ Estudio de casos presentados en el documento sobre crecimiento poblacional y aplicaciones tecnológicas.

2. Taller de aprendizaje
   - Actividad
     - ✓ Modelar el crecimiento de bacterias y la evolución de poblaciones usando funciones exponenciales.
     - ✓ Uso de GeoGebra para simular el crecimiento exponencial en diferentes contextos.

3. Actividades prácticas
   - Ejercicios
     - ✓ Resolver problemas relacionados con el crecimiento de bacterias y poblaciones.
   - Desafío tecnológico
     - ✓ Aplicar funciones exponenciales para resolver un problema tecnológico (por ejemplo, el uso de ecómetros para detectar fallas en cables).

4. Evaluación y retroalimentación
   - Evaluación
     - ✓ Presentación de soluciones a problemas complejos en biología y tecnología, evaluando la aplicación correcta de las funciones exponenciales.
   - Retroalimentación
     - ✓ Análisis de las soluciones propuestas y sugerencias para mejorar la modelización.

Semana 4: Integración y Evaluación Final

1. Guía de aprendizaje
   - Contenido
     - ✓ Resumen y revisión de todos los conceptos estudiados: definición, gráfica, aplicaciones, y modelado de funciones exponenciales.
   - Actividades de repaso
     - ✓ Repaso de todos los conceptos clave mediante ejercicios integradores.

2. Taller de Aprendizaje
   - Actividad
     - ✓ Taller de resolución de problemas integradores, donde se combinen diferentes aplicaciones de funciones exponenciales.
   - Objetivo
     - ✓ Evaluar la capacidad de los estudiantes para aplicar funciones exponenciales en diferentes contextos.

3. Actividades prácticas
   - Proyecto final
     - ✓ Desarrollo de un proyecto final que integre todas las aplicaciones estudiadas durante el mes, con la presentación de resultados utilizando GeoGebra y MathCAD.
   - Presentación
     - ✓ Presentación oral y escrita del proyecto, explicando el proceso de modelado y las soluciones encontradas.

4. Evaluación y retroalimentación
   - Evaluación sumativa
     - ✓ Evaluación del proyecto final y la participación en los talleres y actividades prácticas.
   - Retroalimentación Final

- ✓ Comentarios detallados sobre el desempeño en el proyecto final y recomendaciones para futuros estudios.

Contenido teórico

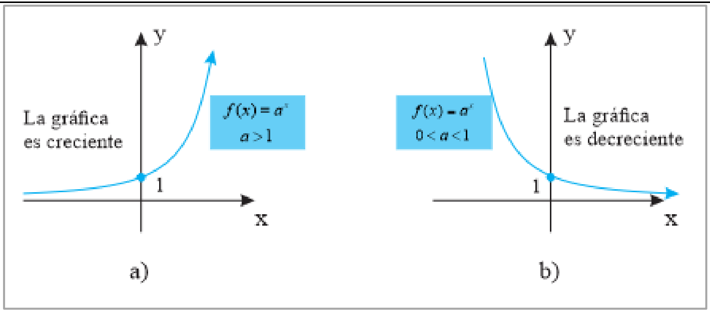
Función exponencial

Es una expresión matemática que posee una base donde su variable se encuentra en el exponente. La definición de esta función la plantea Stewart (2012) como “La función exponencial con base a esta definida para todos los números reales x por: $f(x) = a^x$, *donde* $a > 0$ *y* $a \neq 1$”(p. 302). El estudio de la función es de suma importancia para la comprensión de actividades humanas vinculadas a diversos campos, tales como economía, biología, física entre otros.

Gráficas de funciones exponenciales

Estas muestran cómo el modelado matemático de fenómenos crece o disminuyen rápidamente. Para Haeussler y Paul (2003) “la gráfica de una función exponencial tiene una de las dos formas comunes, dependiendo del valor de la base *a*” (p. 184). La variable independiente x se representa en el eje horizontal, mientras que el valor de la función se muestra en el eje vertical y.

Estas gráficas revelan puntos clave, como dominio, rango, intersecciones con los ejes, monotonía y la rapidez con la que la función se aleja de ellos. Existen dos tipos fundamentales de gráficas para las funciones exponenciales, y estas variaciones se definen según la base utilizada en la función.



Interés compuesto

Las funciones exponenciales se presentan al calcular interés compuesto el cual es un método donde los intereses generados se añaden al capital original al final de cada período, incrementando así el capital total y acelerando el crecimiento de las ganancias con el tiempo. Según Van Horne y Wachowicz (2002) “implica que los intereses pagados (devengados) sobre un préstamo (una inversión) se agregan de manera periódica al capital” (p. 40). Este proceso conduce a un crecimiento exponencial del capital o de la deuda a lo largo del tiempo.

El interés compuesto se calcula con a fórmula:

$$A(t)=P\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt}$$

donde $A(t)=$ cantidad depués de t años

$P=$ cantidad inicial

$r=$ tasa de interés por año

$n=$ número de veces que el interés se capitaliza por año

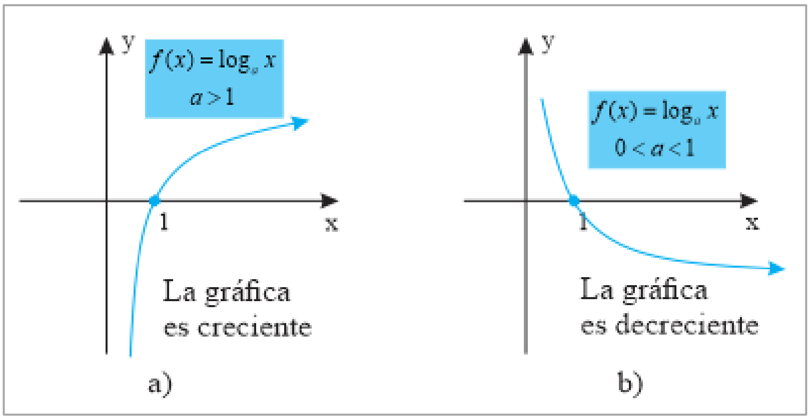
$t=$ número de años

Función logarítmica

Transforma números de entrada (variable independiente) usando el principio de logaritmo numérico para generar valores de salida (variable dependiente), donde el comportamiento de esta función crece o disminuye. Según Stewart (2012) la define de la siguiente manera “sea a un número positivo con a ≠1, la función logarítmica con base a se cumplen que: $\log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$. Por lo tanto, $\log_a x$ es el exponente al cual la base a debe ser elevado para obtener x” (p. 315). Esto permite concluir que estas funciones permiten entender y modelar relaciones complejas entre cantidades.

Gráfica de una función logarítmica

Ayuda a comprender mejor el comportamiento de la función logarítmica en diferentes rangos de valores.



Desarrollo de Ejemplos:

1. Realizar la gráfica de $f(x) = 2^{2x-4} - 3$

   Construcción de una tabla de valores

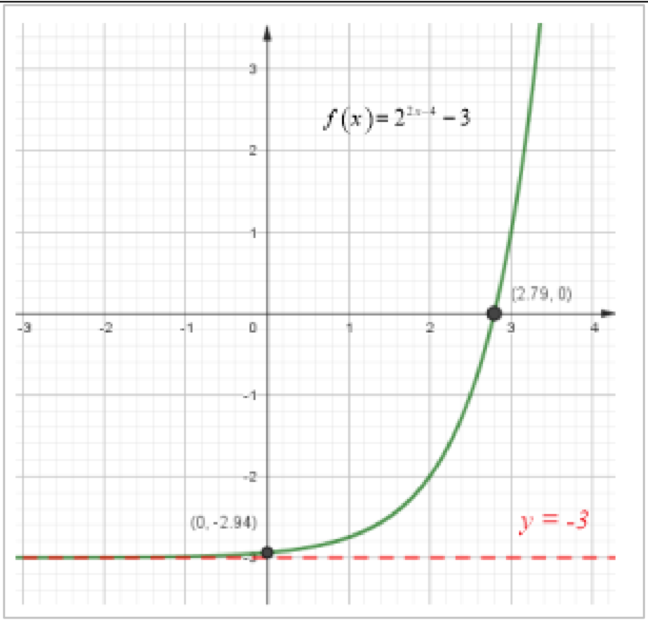
x	$f(x)$
-3	-2.999
-2	-2.996
-1	-2.984
0	-2.937
1	-2.75
2	-2
3	1
3.1	1.595
3.2	2.278
3.3	3.062

Demostramos 3 valores de la tabla:

$$f(x) = 2^{2x-4} - 3$$

$f(-1) = 2^{2(-1)-4} - 3$	$f(2) = 2^{2(2)-4} - 3$	$f(4) = 2^{2(4)-4} - 3$
$f(-1) = 2^{-6} - 3$	$f(-1) = 2^{0} - 3$	$f(-1) = 2^{4} - 3$
$f(-1) = -2{,}9843$	$f(-1) = -2$	$f(-1) = 13$

Realizamos la gráfica utilizando el **GeoGebra:**



Análisis de la función obtenida:

1. Dominio: $\begin{cases}(-\infty, +\infty) \\ \mathbb{R}\end{cases}$

2. Rango: $\begin{cases}(-3, +\infty) \\ y > -3\end{cases}$

3. Puntos de corte con los ejes:

   Eje X: (2.79,0)
   Eje Y: (0, -2.94)

4. Monotonía: Creciente $\begin{cases}(-\infty, +\infty) \\ \mathbb{R}\end{cases}$

5. Asíntotas:

   Horizontal: $y = -3$

2. Realizar la gráfica de $f(x) = \log_3(x+1) - 2$

   Construcción de una tabla de valores

x	$f(x)$
-0.999	-8.29
-0.99	-6.19
-0.85	-3.73
-0.75	-2.94
-0.5	-2.75
0	-2
2	-1
8	0

Demostramos 3 valores de la tabla:

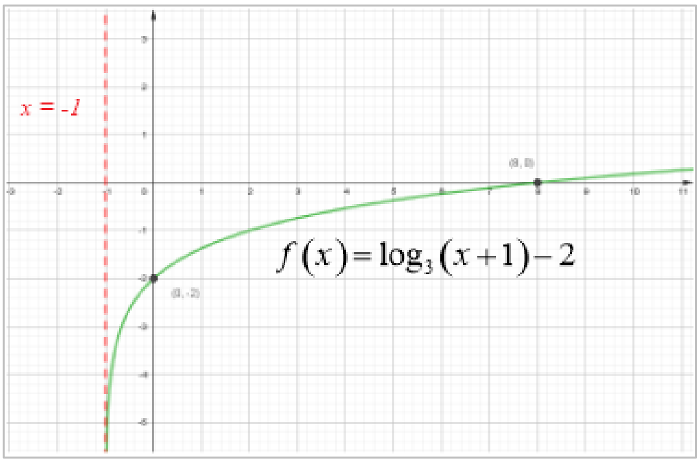
$$f(x) = \log_3(x+1) - 2$$

$$f(-0.999) = \log_3(-0.999+1) - 2$$
$$f(-0.999) = -8.29$$

$$f(0) = \log_3(0+1) - 2$$
$$f(0) = -2$$

$$f(8) = \log_3(8+1) - 2$$
$$f(8) = 0$$

Realizamos la gráfica utilizando el **GeoGebra:**



Análisis de la función obtenida:

1. Dominio: $\begin{cases} (-1, +\infty) \\ x > -1 \end{cases}$

2. Rango: $\begin{cases} (-\infty, +\infty) \\ \mathbb{R} \end{cases}$

3. Puntos de corte con los ejes:

   Eje X: (0,8)
   Eje Y: (-2,0)

4. Monotonía: Creciente $\begin{cases} (-\infty, +\infty) \\ \mathbb{R} \end{cases}$

5. Asíntotas:

   Vertical: $x = -1$

3. En el año 2002, la población de estudiantes en una ciudad era de 90.000. Esta población disminuye con una tasa de 5% cada año. ¿Cuál será la población de estudiantes el año 2010?

Solución:

Buscamos la función exponencial:

2002: 90000

2003: $90000(0.95)$

2004: $90000(0.95)\cdot(0.95)$

2005: $90000(0.95)\cdot(0.95)\cdot(0.95)$

$\vdots$

$\boxed{f(x)=90000\cdot(0.95)^x} \longrightarrow$

Año 2010:

$$f(x)=90000\cdot(0.95)^x$$

$$f(8)=90000\cdot(0.95)^8$$

$$f(8)=59707.84$$

4. Un ama de casa ahorra en un banco \$5 000, la institución bancaria le da un interés anual de 6%. Calcula el monto que obtendrá en 12 años si el interés se capitaliza anual, semestral, trimestral, mensualmente y a diario.

Capitalización	**n**	**Cantidad después de 12 años**
Anual	1	$\$5000\left(1+\frac{0.06}{1}\right)^{1(12)}=\$10060.98$
Semestral	2	$\$5000\left(1+\frac{0.06}{2}\right)^{2(12)}=\$10163.97$
Trimestral	4	$\$5000\left(1+\frac{0.06}{4}\right)^{4(12)}=\$10217.39$
Mensual	12	$\$5000\left(1+\frac{0.06}{12}\right)^{12(12)}=\$10253.75$
Diario	365	$\$5000\left(1+\frac{0.06}{365}\right)^{365(12)}=\$10271.55$

Actividades:

1. Realizar las gráficas de las siguientes funciones exponenciales y logarítmicas

a) $f(x)=2^{x}-3$ b) $f(x)=2^{x-3}$ c) $f(x)=4+\left(\frac{1}{2}\right)^{x}$

d) $f(x)=10^{x+3}$ e) $f(x)=1-3^{-x}$ f) $f(x)=2^{x-4}+1$

g) $f(x)=3-10^{x-1}$ h) $f(x)=3^{\sqrt{5}x+2}+1$ i) $f(x)=5^{-x}+1$

j) $f(x)=1+\log_{5}x$ k) $f(x)=\log_{2}(x+3)+1$

2. Resolver los siguientes ejercicios de función exponencial y logarítmica

- Un cultivo de bacterias contiene 1500 bacterias inicialmente y se duplica en cada hora. Hallar:
  a) Encuentre una función que modele el número de bacterias después de t horas.
  b) Encuentre el número de bacterias después de 24 horas.

- Una población de bacterias del tipo DT3 se duplica cada 3 horas en una caja de Petri. Si la población inicial es de 4000 bacterias. Cuántas habrá en la caja de Petri luego de:
  a) 6horas
  b) 12 horas
  c) t horas
  d) 17 horas

- El número de habitantes en un cierto pueblo es de 40 personas, esta población se duplica cada 2 meses. ¿Cuántas personas habrán al final de 6 meses? ¿Al final de t meses? ¿Al final de 2 años?

- Fernando invierte $3 000 en un negocio que le dará 10% de interés compuesto anual, capitalizable semestralmente. ¿Cuál será el monto que recibirá al cabo de 5 años?

- Si se invierten \$500 a una tasa de interés del 3.75% por año, capitalizado trimestralmente, encuentre el valor de la inversión después del número dado de años.
    a) 1 año
    b) 2 años
    c) 10 años

a) Para la detección de fallas de cables se utilizan aparatos especiales llamados ecómetros, los mismos que emiten señal eléctrica y tienen una función de amplitud (A) en función de la distancia a la falla (x)

$$\textit{Amplitud de la señal} = \ln(x + e^2)$$

Determine la distancia a la que se encuentra la falla de un cable cuándo la Amplitud de la señal es $2 + \ln(5)$
    a) $10e^2$
    b) $6e^2$
    c) $4e^2$
    d) $7 - e^2$

b) Un espectrofotómetro mide la concentración de una muestra disuelta en agua al hacer brillar una luz a través de ella y registrar la cantidad de luz que emerge. En otras palabras, si sabemos la cantidad de luz que es absorbida, podemos calcular la concentración de la muestra. Para cierta sustancia, la concentración (en moles por litro) se encuentra usando la formula:

$$C = -2500 \ln\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

donde Io es la intensidad de la luz incidente e I es la intensidad de la luz que emerge. Encuentre la concentración de la sustancia si la intensidad I es 70% de Io.

c) Una empresa que fabrica radios de comunicación desea mejorar el alcance de sus equipos. De las investigaciones realizadas se ha obtenido la ecuación que relaciona la frecuencia de la onda de radio con el área de cobertura:

F: Frecuencia de la onda de radio en GHz
A: Área de cobertura del radio en metros cuadrados

Si se desea realizar una transmisión a una frecuencia de 8,5 GHz, ¿Cuál es el área de cobertura en la que se podría captar la transmisión?

UNIDAD EDUCATIVA FISCOMISIONAL "MARÍA INMACULADA"
Educamos con suavidad y Firmeza desde 1927

PLAN DE LA UNIDAD 4

DATOS INFORMATIVOS			
Área:	Matemáticas		
Docente:	**Asignatura:**	**Curso:**	**Trimestre**
Ing. Marco Bravo	Matemática	3ro BGU	2do Trimestre
Objetivo didáctico:	Aplicar las propiedades de los exponentes y los logaritmos para resolver sistemas de ecuaciones con funciones exponenciales y logarítmicas con ayuda de las TIC.		
Tema:	Resolución de ecuaciones exponenciales y logarítmicas		
Destreza:	**Estrategia:**	**Lugar:**	**N° Períodos de clase:**
M.5.1.77.	Expositiva+ Resolución de problemas + Actividades	Aula/Lab. Informática/ Casa	8
PLANIFICACIÓN			

Objetivo General:

Desarrollar una comprensión profunda de las ecuaciones exponenciales y logarítmicas, aplicándolas en situaciones prácticas y utilizando herramientas tecnológicas como GeoGebra para resolver y verificar problemas.

Semanas 1 y 2: Introducción y Aplicaciones de Ecuaciones Exponenciales

1. Guía de aprendizaje
   - Contenido
     - ✓ Definición y propiedades de las ecuaciones exponenciales. Transformación de ecuaciones exponenciales a logarítmicas.
     - ✓ Aplicaciones de ecuaciones exponenciales en situaciones financieras y biológicas.
   - Actividad de lectura y comprensión
     - ✓ Estudio del material teórico y realización de un resumen sobre la resolución de ecuaciones exponenciales y sus aplicaciones.

2. Aula Invertida
   - Actividad antes de la clase
     - ✓ Resolver ejercicios básicos de ecuaciones exponenciales utilizando el contenido teórico.

- ✓ Resolver problemas de aplicación en casa y preparar preguntas sobre los desafíos encontrados.
- – Actividades durante la clase
  - ✓ Discusión en grupos sobre las soluciones obtenidas y los métodos utilizados.
  - ✓ Trabajo en grupo para resolver problemas complejos con el apoyo del docente.

3. Taller de aprendizaje
   - – Actividad
     - ✓ Uso de GeoGebra para graficar y resolver ecuaciones exponenciales.
     - ✓ Simulación del comportamiento de las ecuaciones exponenciales en diferentes escenarios utilizando MathCAD.
   - – Objetivo
     - ✓ Visualizar y comprender el comportamiento de las funciones exponenciales y su aplicación en la vida real.
4. Actividades prácticas
   - – Ejercicios
     - ✓ Resolver problemas prácticos como el cálculo de interés compuesto.
     - ✓ Resolver problemas prácticos que involucren ecuaciones exponenciales en contextos como el crecimiento poblacional.
5. Evaluación y retroalimentación
   - – Evaluación
     - ✓ Cuestionarios y ejercicios prácticos para evaluar la comprensión de conceptos clave y la capacidad de aplicar ecuaciones exponenciales en diferentes contextos.
   - – Retroalimentación

- ✓ Comentarios y corrección de ejercicios, con énfasis en la identificación de errores comunes y cómo evitarlos.

Semanas 3 y 4 - Introducción y Aplicaciones de Ecuaciones Logarítmicas

1. Guía de aprendizaje
   - Contenido
     - ✓ Definición y propiedades de las ecuaciones logarítmicas. Transformación de ecuaciones logarítmicas a exponenciales.
     - ✓ Aplicaciones de ecuaciones logarítmicas en problemas de crecimiento y decaimiento.
   - Actividad de lectura
     - ✓ Estudio del material teórico sobre ecuaciones logarítmicas y lectura de ejemplos prácticos.
2. Aula invertida
   - Actividad antes de la clase
     - ✓ Resolver ejercicios básicos de ecuaciones logarítmicas y preparar un análisis de las propiedades utilizadas.
     - ✓ Resolver problemas de aplicación en casa y preparar preguntas sobre los desafíos encontrados.
   - Durante la clase
     - ✓ Discusión sobre los métodos de resolución de ecuaciones logarítmicas.
     - ✓ Trabajo en grupo para resolver problemas complejos con el apoyo del docente y la discusión colectiva.
3. Talleres de aprendizaje
   - Actividad
     - ✓ Uso de GeoGebra para graficar y resolver ecuaciones logarítmicas.
     - ✓ Comparación de soluciones de ecuaciones exponenciales y logarítmicas.
   - Objetivo

- ✓ Visualizar cómo las funciones logarítmicas se relacionan con las exponenciales y cómo resolver ecuaciones logarítmicas en contextos prácticos.

4. Actividades prácticas
   - Ejercicios
     - ✓ Resolver problemas prácticos de ecuaciones logarítmicas, como la determinación del tiempo necesario para que un árbol alcance cierta altura.
     - ✓ Resolver problemas prácticos de ecuaciones logarítmicas relacionados con la calibración de sistemas de refrigeración.
5. Evaluación y retroalimentación
   - Evaluación
     - ✓ Evaluación formativa de los conceptos clave de ecuaciones logarítmicas y la capacidad de aplicarlas en diferentes contextos.
   - Retroalimentación
     - ✓ Comentarios sobre las soluciones propuestas y corrección de errores comunes.

Semanas 5-8 - Integración y Proyecto Final

1. Guía de aprendizaje
   - Contenido
     - ✓ Revisión de conceptos y resolución de ejercicios integradores.
     - ✓ Desarrollo y presentación del proyecto final.
   - Actividad de repaso
     - ✓ Resolución de ejercicios integradores que combinen ecuaciones exponenciales y logarítmicas.
2. Aula invertida
   - Actividades antes de clase
     - ✓ Preparación y planificación del proyecto final, integrando el uso de ecuaciones exponenciales y logarítmicas.

- Actividad durante la clase
    - ✓ Trabajo en grupo para desarrollar el proyecto final, con el apoyo del docente.

3. Taller de aprendizaje
    - Actividad
        - ✓ Resolución de problemas complejos que combinen ecuaciones exponenciales y logarítmicas utilizando herramientas como GeoGebra y MathCAD.
    - Objetivo
        - ✓ Aplicar todo lo aprendido en un proyecto integrador y utilizar las herramientas tecnológicas para modelar problemas y verificar soluciones.
4. Actividades prácticas
    - Proyecto final
        - ✓ Desarrollo y presentación del proyecto final en parejas.
    - Presentación
        - ✓ Presentación oral y escrita del proyecto, explicando el proceso de modelado y las soluciones encontradas.
5. Evaluación y retroalimentación
    - Evaluación
        - ✓ Evaluación del proyecto final, la participación en los talleres y las actividades prácticas.
    - Retroalimentación final
        - ✓ Comentarios detallados sobre el desempeño general, con énfasis en el uso de las herramientas tecnológicas y la integración de los conceptos aprendidos.

Contenido teórico

Las ecuaciones logarítmicas contienen una o más variables dentro de una función logarítmica, mientras que las ecuaciones exponenciales tienen una o más variables como exponentes de una base. Así lo menciona Haeussler y Paul (2003) "una **ecuación**

logarítmica incluye al logaritmo de una expresión que contiene una incógnita. Por otra parte, una **ecuación exponencial** tiene una incógnita que aparece en un exponente" (p. 210). Por lo tanto, estas ecuaciones deben ser resueltas con el uso de propiedades logarítmicas y exponentes para encontrar los valores de las variables que satisfacen la ecuación.

La resolución de estas ecuaciones se basa en la transformación de exponencial a logarítmica o viceversa:

$$a^x = N \qquad \log_a N = x$$

$$\text{Exponencial} \rightleftarrows \text{Logarítmica}$$

Una herramienta muy importante para la resolución de ecuaciones logarítmicas es las propiedades de los logaritmos:

Propiedades Operativas	
10) Logaritmo de un producto	$\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
11) Logaritmo de un cociente	$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$
12) Logaritmo de una potencia	$\log_a x^n = n\log_a x$
13) Logaritmo de la base	$\log_a a^n = n$
14) Logaritmo de la unidad	$\log_a 1 = 0$
15) Potencia logarítmica	$b^{\log_b x} = x$
16) Definición logarítmica	$\log_a N = x \Rightarrow a^x = N$
17) Logaritmo común	$\log_{10} x = \log x$
18) Logaritmo natural	$\log_e x = \ln x$

Ejemplos prácticos

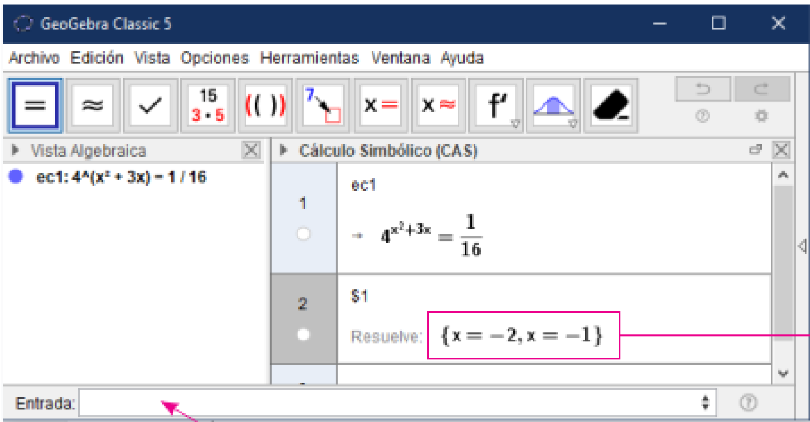
1. Hallar la solución a la siguiente ecuación exponencial: $4^{x^2+3x} = \frac{1}{16}$

Solución:

$$4^{x^2+3x} = \frac{1}{16}$$
$$4^{x^2+3x} = 16^{-1}$$
$$\cancel{4}^{x^2+3x} = \cancel{4}^{-2}$$
$$x^2 + 3x = -2$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$
$$(x+2)(x+1) = 0$$
$$x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$$
$$x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$$

Comprobación de la solución empleando GeoGebra:



Solución

Ingreso de la ecuación

2. Dar solución a la siguiente ecuación logarítmica: $2\log x = \log 2 + \log(3x-4)$

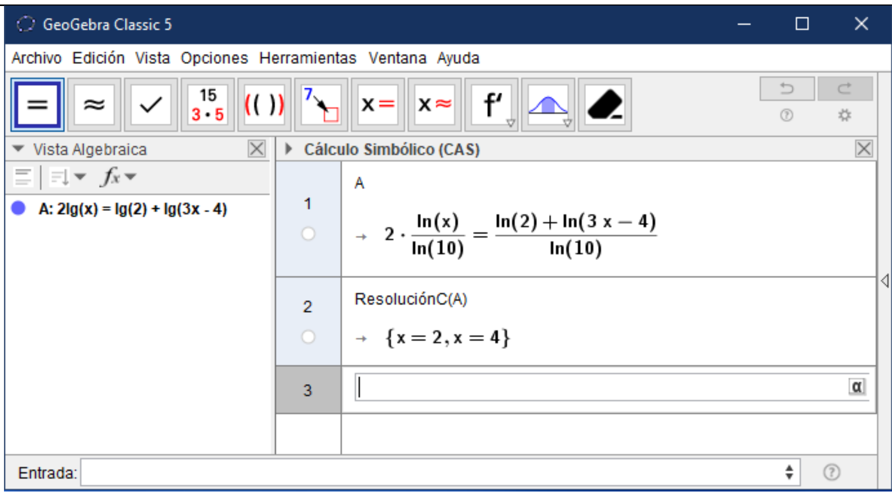
Solución:

$$2\log x = \log 2 + \log(3x-4)$$
$$\log x^2 = \log\left[2(3x-4)\right]$$
$$\cancel{10}^{\log x^2} = \cancel{10}^{\log[2(3x-4)]}$$
$$x^2 = 2(3x-4)$$

$$x^2 = 6x - 8$$
$$x^2 - 6x + 8 = 0$$
$$(x-4)(x-2) = 0$$
$$x - 4 = 0 \rightarrow \boxed{x = 4}$$
$$x - 2 = 0 \rightarrow \boxed{x = 2}$$

Solución

Comprobación de la solución empleando GeoGebra:



3. La ganancia de una granja, en función de la cantidad de conejos, se pueden representar mediante la fórmula:

$$G(c) = 2\log c - \log(c+6)$$

Donde:
G: Ganancia
C: número de conejos
Con base en los datos, ¿Cuántos conejos había cuando la ganancia era cero?

Solución:

$$G(c) = 2\log c - \log(c+6)$$
$$0 = \log c^2 - \log(c+6)$$
$$0 = \log\left(\frac{c^2}{c+6}\right)$$
$$10^0 = \frac{c^2}{c+6}$$

$$c + 6 = c^2$$
$$0 = c^2 - c - 6$$
$$0 = (c-3)(c+2)$$
$$c - 3 = 0 \rightarrow \boxed{c = 3}$$
$$c + 2 = 0 \rightarrow c = -2$$

Cuando las ganancias eran cero había 3 conejos

Actividades

1. Resolver las siguientes ecuaciones exponenciales y logarítmicas

a) $\sqrt[7]{2^{3x-1}} = 32$ b) $4^{x^2-11x+30} = 16$ c) $9^{-3x} = \left(\frac{1}{27}\right)^{x+3}$

d) $2^{4t} = 4^t\left(16^{1-3t}\right)$ e) $3^{x+1} = 27^x \cdot \left(81^{10-3x}\right)$

f) $\log_2(x+1)+\log_2(x-1)=\log_2 8$

g) $2\log x-\log(x-16)=2$

2. Dar solución a los siguientes planteamientos

a) Científicos de un laboratorio estudian una nueva especie de árbol y desean saber la altura del tallo con respecto al nivel del suelo. Después de varios estudios llegan a la ecuación:

$$H=\log(t+1)+\log(5)$$

Donde t es el tiempo en días y H es la altura en metros. ¿En cuantos días el árbol alcanzara los 3 metros de altura?

b) Según su fabricante, la temperatura (T) de un sistema de refrigeración esta dada por la ecuación:

$$T=\log_{512}(V)$$

Si un técnico configura el valor de calibración (V) en 1/64 al realizar la instalación, ¿Cuál será el valor de la temperatura con la que trabajará el sistema?

c) Determine la ecuación que permite calcular el tiempo, en años, que se demora un inversionista en duplicar su inversión. La fórmula para calcular el capital final mediante el interés compuesto es:

$$C(t)=Q\left(1+\frac{r}{m}\right)^{mt}$$

Donde: C(t) = capital después de t años, Q = inversión inicial, r = tasa de interés por año, m = numero de veces que el interés se capitaliza por año, t = numero de años.

d) La ecuación muestra el tiempo en minutos, en la que el aceite es capaz de cubrir completamente todas las partes del motor de una maquina industrial desde su arranque.

$$\log(t+6)=1+\log(t-3)$$

Determine el tiempo en minutos, en que se cumple dicho proceso en la máquina, para lograr su correcto funcionamiento.

e) El valor de una maquina disminuye con el paso de los años y el uso que se le dé. Así para una en particular se ha encontrado la siguiente expresión:

$$\log_9 D=3\log_9 A-\log_9 H$$

Donde D es la depreciación, en miles de dólares, A son los años que ha trabajado y H las horas diarias en funcionamiento. Determine la depreciación, en dólares, cuando han pasado 3 años y la maquina ha funcionado por 9 horas diarias.

UNIDAD EDUCATIVA FISCOMISIONAL “MARÍA INMACULADA” Educamos con suavidad y Firmeza desde 1927			
PLAN DE LA UNIDAD 5			
DATOS INFORMATIVOS			
Área:	Matemáticas		
Docente:	**Asignatura:**	**Curso:**	**Trimestre**
Ing. Marco Bravo	Matemática	3ro BGU	3er Trimestre
Objetivo didáctico:	Realizar un proceso de solución gráfica y analítica del problema de programación lineal graficando las inecuaciones lineales, determinando los puntos extremos del conjunto de soluciones factibles y encontrar la solución óptima.		
Tema:	Resolución de ecuaciones exponenciales y logarítmicas		

Destreza:	**Estrategia:**	**Lugar:**	**N° Períodos de clase:**
M.5.2.26.	Expositiva+ Resolución de problemas + Actividades	Aula/Lab. Informática/ Casa	8

PLANIFICACIÓN

Objetivo general

Desarrollar habilidades en la resolución de problemas de optimización a través de la programación lineal, con un enfoque en el razonamiento lógico-matemático, la aplicación práctica y el uso de herramientas tecnológicas.

Semana 1: Introducción a la Programación Lineal y Fundamentos

1. Guía de aprendizaje
   - Contenido
     - ✓ Definición y conceptos básicos de la programación lineal.
     - ✓ Función objetivo y restricciones.
     - ✓ Tipos de soluciones (factibles, no factibles, óptimas).
   - Lectura guiada
     - ✓ Estudio del material teórico sobre la formulación de problemas de programación lineal.
     - ✓ Análisis de ejemplos básicos.

2. Aula invertida
   - Actividad antes de clase

- ✓ Resolver un conjunto de problemas sencillos de formulación de la función objetivo y restricciones.
- ✓ Reflexionar sobre la relación entre las restricciones y las soluciones posibles.

- Actividad durante la clase
  - ✓ Discusión grupal sobre los problemas resueltos.
  - ✓ Taller práctico en el que los estudiantes crean y formulan problemas propios.

3. Taller de aprendizaje
   - Actividad
     - ✓ Introducción al uso de GeoGebra para graficar sistemas de inecuaciones.
     - ✓ Ejercicios de visualización de regiones factibles en un plano cartesiano.
   - Objetivo
     - ✓ Desarrollar la habilidad para graficar y analizar regiones factibles en problemas de programación lineal.

4. Actividades prácticas
   - Ejercicios
     - ✓ Formular problemas sencillos de optimización y graficar sus restricciones.
     - ✓ Fomentar el pensamiento crítico al analizar cómo las restricciones afectan las posibles soluciones.

5. Evaluación y retroalimentación
   - Evaluación
     - ✓ Evaluación formativa basada en la formulación correcta de la función objetivo y restricciones.
   - Retroalimentación

- ✓ Comentarios sobre la precisión en la formulación de problemas y la representación gráfica.

Semana 2: Resolución de Problemas de Programación Lineal

1. Guía de aprendizaje
   - Contenido
     - ✓ Métodos gráficos para resolver problemas de programación lineal.
     - ✓ Identificación de la solución óptima en la región factible.
   - Lectura guiada
     - ✓ Estudio del proceso de resolución gráfica de problemas de programación lineal.

2. Aula invertida
   - Actividad antes de clase
     - ✓ Resolver ejercicios gráficos de programación lineal en casa.
     - ✓ Preparar preguntas sobre dificultades encontradas en la interpretación de las gráficas.
   - Actividad durante la clase
     - ✓ Trabajo en grupos pequeños para discutir y resolver problemas gráficos complejos.
     - ✓ Presentación de soluciones y análisis crítico de los métodos utilizados.

3. Taller de aprendizaje
   - Actividad
     - ✓ Uso de GeoGebra para resolver problemas complejos de programación lineal.
     - ✓ Comparación de soluciones obtenidas por métodos gráficos y algebraicos.

- Objetivo
    - ✓ Fortalecer la comprensión de los métodos gráficos y su aplicación en la programación lineal.

4. Actividades prácticas
    - Ejercicios
        - ✓ Resolver problemas de optimización, aplicando tanto métodos gráficos como algebraicos.
    - Razonamiento lógico-matemático
        - ✓ Desarrollar la capacidad de deducción lógica al elegir el método de resolución más adecuado para cada problema.

5. Evaluación y retroalimentación
    - Evaluación
        - ✓ Cuestionarios que midan la comprensión y aplicación de métodos gráficos en la programación lineal.
    - Retroalimentación
        - ✓ Corrección detallada de los errores y sugerencias para mejorar la interpretación de gráficas.

Semana 3: Aplicaciones Prácticas de la Programación Lineal

1. Guía de aprendizaje
    - Contenido
        - ✓ Aplicaciones de la programación lineal en la optimización de recursos.
        - ✓ Estudio de casos prácticos.
    - Lectura guiada
        - ✓ Análisis de un caso práctico donde se utilice programación lineal para maximizar ganancias o minimizar costos.

2. Aula invertida
   - Actividad antes de clase
     - ✓ Investigar un problema real que pueda ser resuelto mediante programación lineal.
     - ✓ Preparar un breve informe sobre el problema y las posibles soluciones.
   - Actividad durante la clase
     - ✓ Presentación y discusión de los problemas investigados.
     - ✓ Trabajo en grupo para resolver uno de los problemas seleccionados.
3. Talleres de aprendizaje
   - Actividad
     - ✓ Uso de software como MathCAD para resolver problemas prácticos de programación lineal.
     - ✓ Simulación de diferentes escenarios y análisis de los resultados.
   - Objetivo
     - ✓ Integrar el uso de herramientas tecnológicas en la resolución de problemas reales.

4. Actividades prácticas
   - Ejercicios
     - ✓ Desarrollar un proyecto práctico donde se aplique la programación lineal para resolver un problema de optimización.
   - Razonamiento lógico-matemático
     - ✓ Aplicar el razonamiento lógico para identificar las mejores estrategias de resolución en contextos reales.

5. Evaluación y retroalimentación
   - Evaluación
     - ✓ Presentación del proyecto práctico y evaluación de la capacidad para aplicar la teoría en la práctica.

- Retroalimentación
  - ✓ Comentarios sobre la pertinencia de las soluciones propuestas y su eficiencia.

Semana 4: Integración y Evaluación Final

1. Guía de aprendizaje
   - Contenido
     - ✓ Revisión y síntesis de los conceptos clave.
     - ✓ Preparación para la evaluación final.
   - Lectura guiada
     - ✓ Repaso de los temas más importantes y resolución de dudas.

2. Aula invertida
   - Actividad antes de clase
     - ✓ Preparar un resumen personal de todos los conceptos aprendidos.
     - ✓ Resolver ejercicios integradores en casa.
   - Actividad durante la clase
     - ✓ Discusión de los resúmenes y resolución conjunta de ejercicios integradores.
     - ✓ Preparación y simulación de la evaluación final.

3. Taller de aprendizaje
   - Actividad
     - ✓ Análisis de casos integradores que requieran la aplicación de todos los conceptos aprendidos.
   - Objetivo
     - ✓ Asegurar que los estudiantes comprendan y puedan aplicar todos los conceptos de manera integrada.

4. Actividades prácticas
    - Ejercicios
        - ✓ Realización de un caso final de programación lineal que abarque todo el contenido del curso.
    - Razonamiento lógico-matemático
        - ✓ Evaluar la capacidad de los estudiantes para razonar y resolver problemas complejos de forma autónoma.
5. Evaluación y retroalimentación
    - Evaluación final
        - ✓ Prueba escrita y resolución de un caso práctico que abarque todos los conceptos tratados.
    - Retroalimentación
        - ✓ Comentarios finales sobre el desempeño durante todo el curso, identificando fortalezas y áreas de mejora.

Contenido teórico

Programación lineal

Se trata de maximizar ganancias o minimizar costos en base a desigualdades de funciones lineales con restricciones. Según Fedossova et al. (2011) "es una rama de la investigación de operaciones que estudia la optimización de una función lineal sujeta a un conjunto de restricciones, también lineales" (p. 7). Entonces esta herramienta matemática ayuda a buscar la mejor solución posible donde se dispone de recursos limitados para problemas de optimización cuando hay restricciones claras.

La estructura para establecer las funciones y las restricciones se puede establecer de la siguiente manera:

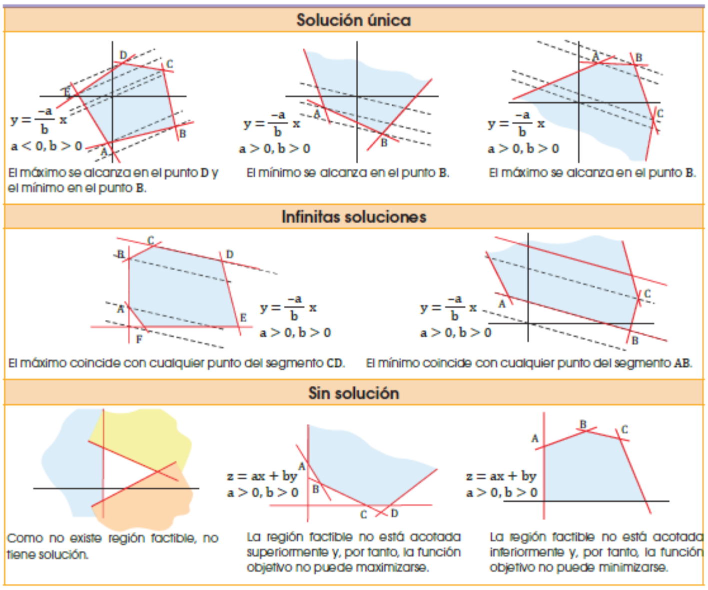
Función objetivo: $f\left(x,y\right)=ax+by\rightarrow \text{Máximo ó mínimo}$

$$\text{Restricciones: } \begin{cases} a_1x + b_1y \neq c_1 \\ a_2x + b_2y \neq c_2 \\ \quad\vdots \\ a_kx + b_ky \neq c_k \end{cases}$$

Donde el símbolo $\neq$ puede ser $>$, $<$, $\leq$ o $\geq$.

Tipos de soluciones

La siguiente tabla muestra los diferentes casos que pueden presentarse.



Ejemplo

Una compañía extrae minerales de dos menas. El número de libras de los minerales A y B que pueden extraerse por cada tonelada de las menas I y II se dan en la tabla siguiente junto con los costos por tonelada de las menas:

	Mena I	Mena II
Mineral A	80 lb	160 lb
Mineral B	140 lb	40 lb
Costo por tonelada	\$60	\$80

Si la compañía debe producir al menos 4000 lb de A y 2000 lb de B, ¿cuántas toneladas de cada mena deben procesarse con el objetivo de minimizar el costo? ¿Cuál es el costo mínimo?

Conjunto de restricciones

$$\begin{cases} 80x + 160y \geq 4000 \\ 140x + 40y \geq 2000 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

Función objetivo:

$$Q(x, y) = 60x + 80y$$

Despejamos y de cada ecuación y construimos una tabla de valores:

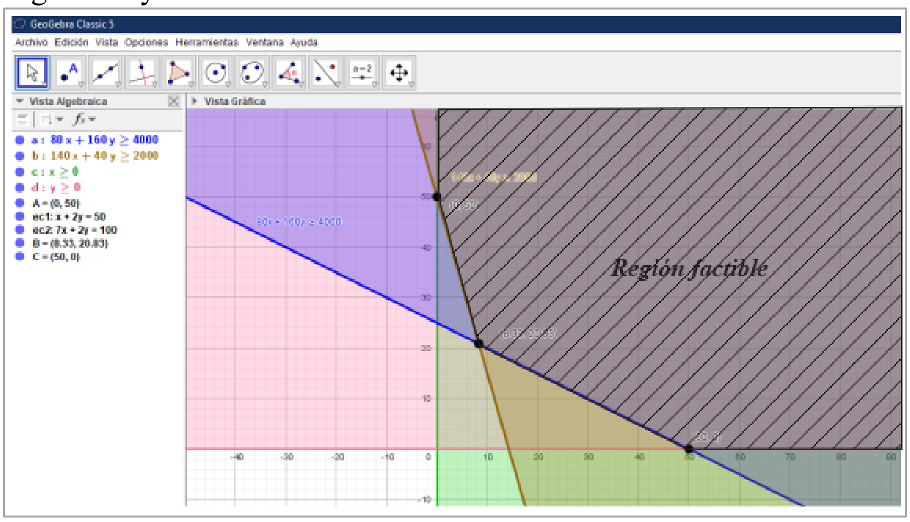
$$80x + 160y \geq 4000$$
$$160y \geq 4000 - 80x$$
$$y \geq \frac{4000 - 80x}{160}$$

x	y
0	25
10	20

$$140x + 40y \geq 2000$$
$$40y \geq 2000 - 140x$$
$$y \geq \frac{2000 - 140x}{40}$$

x	y
0	50
10	15

Determinamos los puntos de corte entre rectas y ejes para luego con el GeoGebra realizar las gráficas y determinar el área factible



Reemplazamos los vértices del polígono de soluciones en la función objetivo

$$Q(x,y)=60x+80y$$

$$Q(0,50)=60(0)+80(50)$$
$$Q(0,50)=4000$$

$$Q(50,0)=60(50)+80(0)$$
$$\boxed{Q(50,0)=3000}$$

$$Q\left(\frac{25}{3},\frac{125}{3}\right)=60\left(\frac{25}{3}\right)+80\left(\frac{125}{3}\right)$$
$$Q\left(\frac{25}{3},\frac{125}{3}\right)=3833.33$$

Para que el costo sea mínimo se debe extraer 50 toneladas de la Mena I

Actividades:

1. Hallar el área de solución para los siguientes sistemas de inecuaciones:

a) $\begin{cases} 2x+3y>-6 \\ 3x-y<6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x+3y\leq 6 \\ x\geq 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x-2\geq y \\ 2x\leq 3-2y \end{cases}$

d) $\begin{cases} x-y>4 \\ x<2 \\ y>-5 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 2x+y\geq 6 \\ x\leq y \\ y\leq 5x+2 \end{cases}$ f) $\begin{cases} x+y>1 \\ 3x-5\leq y \\ y<2x \end{cases}$

g) $\begin{cases} 3x+y\leq 6 \\ x+y\leq 4 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$

2. Dar solución a los siguientes planteamientos

- Maximizar la función objetivo P = 3x + y sujeta a las restricciones:

$$\begin{cases} 2x+y\leq 8 \\ 2x+3y\leq 12 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$$

- Minimizar $C = 4x + 2y$ sujeta a las restricciones:

$$\begin{cases} 2x + y \geq 5 \\ 3x + y \geq 4 \\ x + 2y \geq 3 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

- Un fabricante de refrigeradores debe evitar al menos 100 refrigeradores a sus dos almacenes. Cada almacén tiene un cupo máximo de 100 refrigeradores. El almacén A ya tiene 25 refrigeradores, mientras que el almacén B cuenta con20 lugares disponibles. Cuesta $12 embarcar un refrigerador al almacén A, y $10 embarcar uno al almacén B. ¿Cuántos refrigeradores se deben evitar a cada almacén para minimizar el costo? ¿Cuál es el costo mínimo?

- Una fábrica produce dos tipos de pernos. Cada uno se puede fabricar en cualquiera de tres grupos de máquinas, pero el tiempo requerido de cada grupo es diferente, como se muestra en la siguiente tabla:

		Grupos de máquinas		
		I	**II**	**III**
Pernos	**Tipo A**	0.1 min	0.1 min	0.1 min
	Tipo B	0.1 min	0.4 min	0.5 min

  Los horarios de producción se elaboran por un día completo. En un día hay 240, 720 y 160 minutos disponibles, respectivamente, en las máquinas. Los pernos de tipo A se venden en $0.15 y los de tipo B en $0.18. ¿Cuántos pernos de cada tipo se pueden fabricar por día para maximizar los ingresos? ¿Cuál es el ingreso máximo?

	UNIDAD EDUCATIVA FISCOMISIONAL “MARÍA INMACULADA” Educamos con suavidad y Firmeza desde 1927		
PLAN DE LA UNIDAD 6			
DATOS INFORMATIVOS			
Área:	Matemáticas		
Docente:	**Asignatura:**	**Curso:**	**Trimestre**
Ing. Marco Bravo	Matemática	3ro BGU	3er Trimestre
Objetivo didáctico:	Aplicar los conocimientos sobre progresiones aritméticas, progresiones geométricas y sumas parciales finitas de sucesiones numéricas para resolver aplicaciones en general y de manera especial en el ámbito financiero de las sucesiones numéricas reales.		
Tema:	Progresiones aritméticas, geométricas y sumas parciales		
Destreza:	**Estrategia:**	**Lugar:**	**N° Períodos de clase:**
M.5.1.55.	Expositiva+ Resolución de problemas + Actividades	Aula/Lab. Informática/ Casa	8
PLANIFICACIÓN			

Semana 1-2: Introducción a Progresiones Aritméticas

1. Guías de aprendizaje
   - Introducción al concepto de progresiones aritméticas.
   - Fórmulas para el término general y la suma de los primeros n términos.
   - Ejemplos de aplicación práctica.
2. Aula invertida
   - Antes de la clase
     - ✓ Lectura de la teoría sobre progresiones aritméticas en el material proporcionado. Análisis de ejemplos básicos.
   - Durante la clase
     - ✓ Discusión en grupos sobre la comprensión de las fórmulas. Resolución colaborativa de ejercicios introductorios.
   - Después de la clase
     - ✓ Actividades en GeoGebra para visualizar las secuencias y sumas parciales de progresiones aritméticas.
3. Talleres de aprendizaje
   - Resolución de problemas prácticos sobre progresiones aritméticas aplicadas en situaciones cotidianas.

4. Actividades prácticas
    - Problemas que impliquen la predicción de términos futuros y la suma de términos en una progresión aritmética.
5. Evaluación y retroalimentación
    - Cuestionario de autoevaluación sobre la comprensión de las fórmulas y su aplicación.
    - Retroalimentación personalizada según las dificultades presentadas en los ejercicios.

Semana 3-4: Progresiones Geométricas

1. Guías de aprendizaje
    - Introducción al concepto de progresiones geométricas.
    - Fórmulas para el término general y la suma de los primeros n términos.
    - Ejemplos de aplicación en el mundo real.

2. Aula invertida
    - Antes de la clase
        - ✓ Estudio de la teoría sobre progresiones geométricas y la importancia de la razón común. Uso de Matlab para visualizar el crecimiento o decrecimiento de progresiones geométricas.
    - Durante la clase
        - ✓ Resolución de ejercicios en grupo y discusión sobre las aplicaciones prácticas de las progresiones geométricas.
    - Después de la clase
        - ✓ Simulaciones con MathCAD para entender mejor cómo varían las progresiones geométricas según diferentes razones.

3. Talleres de aprendizaje
    - Aplicación de progresiones geométricas en problemas financieros como la depreciación de activos.

4. Actividades prácticas
   - Ejercicios donde los estudiantes deben encontrar el término general y la suma de progresiones geométricas.
   - Resolución de problemas que involucren sucesiones infinitas y sus sumas parciales.

5. Evaluación y retroalimentación
   - Actividad de evaluación práctica con problemas aplicados a la realidad.
   - Retroalimentación grupal y discusión de errores comunes.

Semana 5-6: Sucesiones y Sumas Parciales

1. Guías de aprendizaje
   - Definición y análisis de sucesiones infinitas.
   - Cálculo de sumas parciales de progresiones aritméticas y geométricas.

2. Aula invertida
   - Antes de la clase
     - ✓ Lectura sobre sucesiones y su comportamiento a largo plazo. Uso de Derive para explorar sumas parciales.
   - Durante la clase
     - ✓ Ejercicios en clase para calcular sumas parciales y analizar el comportamiento de sucesiones.
   - Después de la clase
     - ✓ Actividades de análisis de convergencia o divergencia de sucesiones.
3. Talleres de aprendizaje
   - Problemas complejos que involucren sumas parciales de progresiones geométricas y aritméticas.
4. Actividades prácticas

- Resolución de problemas de sumas parciales en progresiones aritméticas y geométricas.

5. Evaluación y retroalimentación
   - Evaluación práctica con problemas que desafíen el razonamiento lógico-matemático.
   - Retroalimentación basada en la precisión de los cálculos y la comprensión del comportamiento de las sucesiones.

Semana 7-8: Aplicaciones Avanzadas y Proyecto Final

1. Guías de aprendizaje
   - Aplicaciones avanzadas de progresiones en situaciones del mundo real.
2. Aula Invertida
   - Antes de la clase
     - ✓ Investigación sobre aplicaciones de progresiones en otros campos como la economía o la física.
   - Durante la clase
     - ✓ Presentación y discusión de casos de estudio.
   - Después de la clase
     - ✓ Elaboración de un proyecto final que combine todos los conceptos aprendidos.

3. Talleres de aprendizaje
   - Taller sobre la aplicación de progresiones para resolver problemas reales.

4. Actividades prácticas
   - Desarrollo de un proyecto donde los estudiantes apliquen progresiones aritméticas y geométricas para resolver un problema práctico.

5. Evaluación y retroalimentación

- Evaluación del proyecto final con énfasis en la aplicación de progresiones y razonamiento lógico-matemático.
- Retroalimentación integral sobre el desarrollo de los estudiantes a lo largo del curso.

Contenido teórico

Progresión aritmética

Se trata de una secuencia de números en la que la diferencia entre cada par de elementos sucesivos es constante. Para Barrios (2019) "es una sucesión en la que cada termino se obtiene sumando al anterior un número fijo llamado diferencia y que se representa con la letra **d**. La diferencia puede ser un numero positivo o negativo" (p. 126). Por ende, esta permite predecir y calcular fácilmente términos futuros de la secuencia y también obtener la suma total de los elementos de una sucesión determinada.

Sea la progresión aritmética $a_1, a_2, a_3, ..., a_n$, entonces el n-ésimo término de la sucesión está dada por:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

Donde:

$a_n =$ n- ésimo término de la progresión

$a_1 =$ primer término de la progresión

$n =$ número de términos en la progresión

$d =$ razón o diferencia común

Suma de los n primeros términos en una progresión aritmética

Permite calcular la suma total de los términos de la secuencia hasta cierto punto. La fórmula general para efectuar el cálculo es la siguiente:

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

Progresiones geométricas

Es una sucesión de números en la que cada elemento, a partir del segundo, se obtiene multiplicando el término anterior por su razón numérica. Según Ortiz (2015) "es aquella en la que cada término, posterior al primero, se obtiene multiplicando al anterior por una cantidad constante (no nula) a la que se la llama razón de la progresión" (p. 63). Entonces la razón **r** que define la progresión geométrica determina cómo aumentan o disminuyen los términos de la secuencia las cuales las hace útiles para hacer predicciones en una amplia gama de situaciones del mundo real.

Sea la progresión geométrica $a_1, a_2, a_3, ..., a_n$ y razón común r, entonces el n-ésimo término se dine como:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

Donde:

$a_n =$ n- ésimo término

$a_1 =$ primer término

$n =$ número de términos en la progresión

$r =$ razón de la progresión

Suma de los n primeros términos en una progresión geométrica

Es la suma total de todos los elementos de la secuencia hasta el término que se menciona, entonces las suma de los primeros n términos viene dado por:

$$S_n = \frac{a_1\left(r^n - 1\right)}{r - 1}$$

Esta fórmula permite encontrar la suma total de los términos de una progresión geométrica sin tener que sumar cada término individualmente, lo que resulta muy útil cuando se tiene secuencias largas.

Sucesión infinita

Es una secuencia ordenada de números que continúa indefinidamente donde cada elemento está relacionado con los anteriores de acuerdo con alguna regla o patrón específico. Para Larson (2008) "es una función de dominio cuyo conjunto son números enteros positivos. Los valores de la función: $a_1, a_2, a_3, ..., a_n$, son términos de la sucesión" (p. 642). De acuerdo a su naturaleza pueden converger a un valor finito, divergir hacia el infinito o hacia menos infinito, oscilar o mostrar otros comportamientos complejos.

Entonces siempre los valores de esta serie dependerán de la función matemática que la gobierne:

$$a_n = f(n) \ o \ \{a_n\}$$

Sumas parciales de una sucesión

Son las sumas de un número creciente de términos de la sucesión, comenzando desde el primer término y avanzando hasta un cierto número finito de términos. Para este caso Moreno y Retrepo (2005) lo define de la siguiente manera "es la suma de los n primeros términos de una sucesión se representa con el símbolo $\sum_{k=1}^{n} a_k$, que se lee: suma desde k = 1 hasta k = n de a_k"(p. 82). Entonces permiten entender cómo crece la suma acumulada a medida que se considera más términos de la sucesión.

La representación simbólica de esta operación se establecerá de la siguiente manera:

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + ... + a_n$$

Ejercicios de aplicación

1. Un ciclista baja por inercia en una pendiente, recorriendo 2m el primer segundo. En los segundos sucesivos, el ciclista viaja a 3 m mas rápido que el segundo precedente. Si llega hasta la base de la pendiente en 15s, encuentre la distancia total recorrida.

   Solución:

   Datos:

   $a_1 = 2m$ $\qquad a_n = a_1 + (n-1)d$

   $d = 3m$ $\qquad a_{15} = 2 + (15-1)3$

   $n = 15$ $\qquad \boxed{a_{15} = 44m} \rightarrow$ Distancia total recorrida

   $a_{15} = ?$

2. Una pila de troncos tiene 24 troncos en la capa del fondo, 23 en la segunda, 22 en la tercera y así sucesivamente. La capa superior contiene 10 troncos. Encuentre el numero total de troncos en la pila.

Superficie

$a_n \longrightarrow$ 10 troncos

.
.
.
.

22 troncos

23 troncos $\quad \uparrow d = -1$

$a_1 \longrightarrow$ 24 troncos

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$
$$a_1 + (n-1)d = a_n$$
$$(n-1)d = a_n - a_1$$
$$n - 1 = \frac{a_n - a_1}{d}$$
$$n = 1 + \frac{a_n - a_1}{d}$$
$$n = 1 + \frac{10 - 24}{-1}$$
$$n = 15$$

Suma total de troncos:

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$
$$S_n = \frac{15(24 + 10)}{2}$$
$$\boxed{S_n = 225}$$

Cantidad de troncos empleados

3. La depreciación anual de una determinada maquina es 20% de su valor al principio del año. Si el costo original de la maquina es de $30000, ¿Cuál es su valor después de 5 años?

Datos :

$a_1 = 30000$

Depreciación : 20%

$r = 80\% \rightarrow r = \frac{4}{5}$

$a_5 = ?$

En forma de serie:

Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
30000	24000	19200	15360	$\boxed{12288}$

$x\frac{4}{5}$ $\quad x\frac{4}{5}$ $\quad x\frac{4}{5}$ $\quad x\frac{4}{5}$

Empleando la fórmula:

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_5 = 30000 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{5-1}$$

$$\boxed{a_5 = 12288} \rightarrow$$ Valor de la depreciación en el año 5

4. Un navío ha andado durante cierto tiempo de horas; en la primera anduvo 106 pies y en la ultima 13568; habiendo duplicado su camino en cada hora, cuantos pies de camino ha hecho?

   Solución:

$Datos:$

$a_1 = 106$

$a_n = 13568$

$S_n = ?$

Calculamos el número de horas de viaje

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$13568 = 106(2)^{n-1}$$

$$\frac{13568}{106} = 2^{n-1}$$

$$128 = 2^{n-1}$$

$$\cancel{2}^7 = \cancel{2}^{n-1}$$

$$7 = n-1$$

$$n = 8\ horas$$

Total de distancia recorrida(Pies)

$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r-1}$$

$$S_n = \frac{106(2^8 - 1)}{2-1}$$

$$\boxed{S_n = 27030\ pies}$$

5. Realizar la siguiente suma parcial: $\sum_{j=0}^{5} \frac{j+1}{j+2}$

   Solución:

$$\sum_{j=0}^{5}\frac{j+1}{j+2}=\frac{0+1}{0+2}+\frac{1+1}{1+2}+\frac{2+1}{2+2}+\frac{3+1}{3+2}+\frac{4+1}{4+2}+\frac{5+1}{5+2}$$

$$=\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+\frac{5}{6}+\frac{6}{7}$$

$$\boxed{\sum_{j=0}^{5}\frac{j+1}{j+2}=\frac{617}{140}}$$

Actividades:

1. Realizar las siguientes progresiones:

   a) El 9no termino en: 2,5, 8, …

   b) El 12° termino en: 1, 5/4, 3/2, …

   c) Hallar el 1er término de la progresión aritmética si el 13° termino es 67 y la diferencia es 5

   d) Hallar el número de elementos de la progresión aritmética: 120, 519, ..., 3312

   e) Hallar el 6° término de la progresión geométrica de: 1/3, 1, 2/3, …

   f) Hallar el primer término de la progresión geométrica si la razón es 1/2, y el 6° termino es 1/16

2. Determinar las siguientes sumas parciales

   a) $\sum_{j=1}^{4}\left(7+4\left(j-1\right)\right)$

   b) $\sum_{j=1}^{5}3\cdot 2^{j-1}$

   c) $\sum_{j=1}^{7}\left(-1\right)^{j+1}\cdot j$

   d) $\sum_{n=1}^{5}\frac{1}{n\left(n+1\right)}$

   e) $\sum_{k=1}^{5}\frac{1}{k^2+1}$

   f) $\sum_{n=1}^{5}\left(-1\right)^{n+1}\cdot n^3$

3. Dar solución a los siguientes planteamientos:

   a) Se debe instalar varios anillos de cemento como base de una torre de televisión. La instalación del primer anillo cuesta USD 437, del segundo por ser de menor tamaño USD 414; del tercero USD 391 y así sucesivamente según una progresión aritmética. Si al pagar por cada uno de los anillos, el valor de la factura fue de USD 4370, determine el número de anillos de cemento que contiene la torre.

b) Después de un tiro libre en un partido de futbol, la pelota salta de la cancha y cae por una pendiente. El primer segundo recorre 5m, en el segundo recorre 10m, en el tercero recorre 15m y así sucesivamente. ¿Cuántos metros recorrerá la pelota al séptimo segundo?

c) Jorge arma un rompecabezas, en los dos primeros días de trabajo colocó 93 piezas y el quinto día 36. Si el número de fichas que acomoda diariamente forma una progresión aritmética, ¿cuál es la diferencia de piezas que coloca entre dos días consecutivos?

d) Marcelo debe pagar su préstamo en 12 cuotas que aumentan USD 3 cada mes. Si la cuota inicial es de USD 20 ¿Cuánto pagará en total?

e) Durante un año, Pedro ha ahorrado dinero en su cuenta bancaria para comprar un juego de herramientas. El primer mes depositó USD 50, el segundo mes depositó USD 60, el tercer mes, USD 70 y de esa forma hasta completar el año. ¿Cuánto ahorró Pedro durante el año?

f) Según las predicciones de una empresa comercializadora de computadoras, el primer mes se venderán 2 computadoras, 6 en el segundo, 10 en el tercero, y así, sucesivamente. ¿Cuántos meses deberán pasar para que la compañía venda 72 computadoras?

g) Una persona tiene ahorrado USD 1820, este dinero se realiza diversos retiros para arreglar su vivienda. El primer día retiro USD 260, el segundo USD 240 y el tercero de USD 220, y así sucesivamente según una progresión aritmética. ¿En cuantos días retiro todos sus ahorros?

h) Al soltar un péndulo se toman mediciones de la altura, en centímetros, en diferentes posiciones de cada oscilación como se muestra en la progresión: 1280, 640, 320, … ¿Qué altura tendrá el péndulo en su séptima oscilación?

i) Un automóvil nuevo cuesta USD 30000 sabiendo que su depreciación anual es del 10% ¿Cuál será su valor al final del quinto año?

j) Queriendo un príncipe de la india recompensar debidamente al inventor del juego de ajedrez, le dijo que escogiera el mismo la recompensa. El inventor, que debía ser un matemático, pidió 1 grano de trigo por el primer escaque del tablero, 2 por el segundo, 4 por el tercero y así doblando siempre. ¿Cuántos granos hubiera tenido que darle el Príncipe al modesto inventor?

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

Las estrategias metodológicas activas, como actividades prácticas, diálogos en grupo y enseñanza diferenciada, son efectivas para desarrollar el razonamiento lógico-matemático; sin embargo, su aplicación no es consistente entre los docentes, por lo que la guía metodológica propone un marco claro para implementarlas de manera uniforme, resaltando la importancia de la formación continua.

Mientras que los estudiantes utilizan frecuentemente calculadoras científicas, el uso de software educativo avanzado (GeoGebra, Matlab, Mathcad, Derive) es muy limitado, lo que refleja una brecha en la integración tecnológica; por lo tanto, la guía metodológica aborda esta deficiencia al incluir recomendaciones prácticas y detalladas para el uso de estos recursos, lo cual es esencial para optimizar el aprendizaje y facilitar la resolución de problemas complejos en matemáticas.

Las encuestas revelan que, aunque las estrategias diferenciadas han demostrado ser efectivas, su implementación aún no es uniforme en todas las aulas; por ello, la guía metodológica, dirigida a los docentes, ofrece ejemplos concretos sobre cómo adaptar la enseñanza para atender a estudiantes con distintos niveles de habilidades, lo que contribuye a una experiencia de aprendizaje más inclusiva y equitativa, promoviendo así la participación activa de todos los estudiantes.

La aplicación de métodos de evaluación formativa y retroalimentación específica está asociada con un nivel moderado de creatividad en la solución de problemas, indicando que estas prácticas pueden potenciar el pensamiento lógico-matemático si se usan de manera más estratégica.

La guía metodológica facilita al docente la comprensión y aplicación de herramientas como GeoGebra y Matlab mediante instrucciones claras y ejemplos prácticos, lo que les permitirá actualizar sus prácticas y alinearlas con las demandas actuales para mejorar la enseñanza y el aprendizaje.

Recomendaciones

Es fundamental proporcionar capacitación regular a los docentes sobre el uso de herramientas tecnológicas avanzadas como (GeoGebra, Matlab, Mathcad, Derive). Esto permitirá que los docentes mejoren su comprensión y aplicación de estas herramientas, cerrando la brecha tecnológica en el aula y optimizando el aprendizaje de los estudiantes.

Se recomienda fomentar programas de formación sobre estrategias metodológicas activas y diferenciadas, tales como actividades prácticas y diálogos en grupo. Además, es necesario hacer un seguimiento continuo para asegurar que estas estrategias se apliquen de manera uniforme en todas las aulas, garantizando que cada estudiante reciba una enseñanza más inclusiva y equitativa.

Los docentes deben integrar de manera sistemática la evaluación formativa y ofrecer retroalimentación específica a los estudiantes. Para lograr esto, es esencial que la institución educativa proporcione los instrumentos necesarios que faciliten el monitoreo efectivo del progreso estudiantil, garantizando una evaluación continua y constructiva.

Es importante que las instituciones educativas aseguren el acceso a los recursos tecnológicos necesarios para que tanto docentes como estudiantes puedan utilizar las herramientas educativas avanzadas mencionadas en la guía. Además, deben promover la creación de un entorno que facilite la adopción de nuevas metodologías pedagógicas.

Se recomienda establecer espacios regulares de intercambio de experiencias y buenas prácticas entre docentes. Esto ayudará a fortalecer la aplicación de estrategias diferenciadas y tecnológicas en el aula, y permitirá que los docentes aprendan de sus pares cómo implementar nuevas metodologías de manera efectiva.

Bibliografía

Abela, J. (2002). *Las técnicas de Análisis de Contenido: Una revisión actualizada.* https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/54901527/borra-libre.pdf?1509743226=&response-content-disposition=inline%3B+filename%3DLas_tecnicas_de_Analisis_de_Contenido_Un.pdf&Expires=1721518582&Signature=D8TIuooOIbzjJVDcSzCuuZnhEJtYVdOydG9u0l6gH45B3JnkpVKekOm8

Almanza, F. (2022). *Técnicas de litigación oral y argumentación en juicio.* Ediciones Olejnik.

Álvarez , Á. (1995). *Uso de la calculadora en el aula* . narcea, s.a de ediciones .

Ambrose, S. (2017). Como funciona el parendizaje . Universidad del Norte .

Arguello , B., & Sequeira, M. (2021). Estrategias metodológicas que facilitan el proceso de enseñanzaaprendizaje de la Geografía e Historia en la Educación Secundaria Básica. https://repositorio.unan.edu.ni/1638/1/10564.pdf.

Ávila, P. (2009). *La Importancia de La Retroalimentación.* SCRIBD: https://es.scribd.com/document/28275647/La-importancia-de-la-retroalimentacion

Barrios , L. (2019). *Matemáticas académicas 3° ESO* . EDITEX.

Bustamante, P., Carmona , M., & Renteria, Y. (1996). *LA IMPORTANCIA DEL USO DE ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE EN EL DESARROLLO DE PROCESOS DE ENSENANZA*. https://www.funlam.edu.co/uploads/facultadeducacion/53_LA_IMPORTANCIA_DEL__USO_ESTRATEGIAS_DE_APRENDIZAJE.pdf

Cacheiro , M. (2015). Recursos tecnológicos en contextos educativos . UNED.

Calvo , G. (1993). *Nuevas formas de enseñar y aprender.*

Camacho, J., Goméz, J., García , F., & Pina, E. (2002). *Matematicas. Profesores de Enseñanza Secundaria.* Editorial MAD.

Castillo, S. (2002). Compromisos de la evaluación educativa . Prentice Hall.

Chila, H., Hernández , J., Chávez , L., & Clavijo, I. (16 de septiembre de 2022). *Software matemático para comprobar la resolución de ejercicios en bachillerato general unificado en Ecuador.* https://revista-edwardsdeming.com/index.php/es/article/view/90/156

CONAMAT. (2009). *MATEMATICA SIMPLIFICADA.* PRINTECE HALL.

EDUCREA. (2024). *Estrategias Metodológicas*. https://educrea.cl/estrategias-metodologicas/

Espinosa, A., & Falconí, F. (2016). *Matematica 3ro BGU MINEDUC.* Editorial Don Bosco.

EUROINOVA. (2024). *Importancia de las estrategias de enseñanza en el aula*. https://www.euroinnova.ec/blog/importancia-de-las-estrategias-de-ensenanza

Fedossova, A., Buitrago, O., & Britto, R. (2011). *Introducción a la programación lineal.* CESA.

Gabucio, F. (2005). *Psicología del pensamiento.* EDITORIAL UOC.

Galeano, M. (2003). *Diseño de proyectos en la investigación cualitativa* . Universidad EAFIT.

Gallego, R. (2008). *Competencias Cognoscitivas* . COOPERATIVA EDITORIAL MAGISTERIO .

Gómez , M. (2006). *Introducción a la metodología de la investigación científica.* Editorial Brujas.

Guerrero, N. (2019). *ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA.* https://colegiolamerced.pe/estrategias-metodologicas-para-la-ensenanza-de-la-matematica/

Haeussler, E., & Paul, R. (2003). *Matemáticas para administración y economía.* Pearson Educación .

HENAO , M. (2024). MODELO DE ENSEÑANZA BASADO EN APRENDIZAJE POR RETOS PARA LA FORMACIÓN DE COMPETENCIAS LOGICO MATEMÁTICAS.

Hernández, A. (2015). *Guía para el estudio en la universidad.* Universidad Externado.

Hernández, U. (2011). Los Proyectos Pedagógicos de Aula para la integración de las TIC.

Herrera, C., & Villafuerte, C. (febrero de 2023). *SciElo.* Estrategias didácticas en la educacion: http://www.scielo.org.bo/pdf/hrce/v7n28/a18-758-772.pdf

Irala, K. (2008). *Epidemiologia Aplicada .* Ariel ciencias médicas .

Larson, R. (2008). *Precálculo.* Editorial Reverté.

LOEI. (2021).

López, J. (2005). Planificar la formación con calidad. PRAXIS.

Luria, A. (1976). Cognitive Development its Cultural and Social Foundations.

Marraud , H. (2020). *Una introducción a la teoría de la argumentación.* Editorial Universidad de Guadalajara.

MinEduc. (2021). Habilidades Matemáticas.

Mollo, J., Lázaro, R., & Crespo, R. (Enero de 2023). *Implementación de Nuevas Tecnologías de Información y Comunicación para la Educación Superior: Revisión sistemática.* https://www.cienciaysociedaduatf.com/index.php/ciesocieuatf/article/view/58/46

Morales, Y., & Blanco, R. (Diciembre de 2019). *Análisis del uso de software para la enseñanza de la matemática en las carreras de ingeniería.* http://scielo.sld.cu/pdf/trf/v15n3/2077-2955-trf-15-03-367.pdf

Moreno, J. (Abril de 2021). *La historia de las Matemáticas en la Enseñanza*. https://josemartelmoreno.ulpgc.es/la_historia_de_las_matemticas_en_la_ensean za.html

Moreno, V., & Retrepo, M. (2005). *Alfa con estandares 11.* Grupo Editorial Norma .

Múria, J., & Gil, R. (1998). *Preparación, tabulación y análisis de encuestas para directivos.* Editorial ESIC .

Nolasco , M. (2006). *ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA EN EDUCACIÓN*. https://www.uaeh.edu.mx/scige/boletin/prepa4/n4/e8.html

Ñaupas , H., Valdivia , M., Palacios, J., & Romero , H. (2019). *Metodología de la Investigación cuantitativa-cualitativa y redacción de la tesis.* Ediciones de la U.

Obradors, M. (2007). *Creatividad y generación de ideas .* Universitat Autònoma de Barcelona .

Ordoñez , E. (2018). *Incidencia del desarrollo de las habilidades del pensamiento lógico en la resolución de problemas en las ciencias exactas.* Compás.

Ortiz, F. (2015). *Matematicas - serie bachillerato patria .* Grupo Editorial Patria.

Quintero , Y. (2011). *LA IMPORTANCIA DE LAS ESTRATEGIAS EN EL ÁMBITO EDUCATIVO*. https://www.eumed.net/rev/ced/27/yjqc.htm

Ríos , L., López, E., Lezcano, M., & Pérez, R. (2006). *Historia y evolución de los medios de enseñanza.* https://rieoei.org/RIE/article/view/2681/3664

Rios, R. (21 de Julio de 2023). *La evolución del concepto de aprendizaje: Un viaje pedagógico a través de la historia.* https://epperu.org/la-evolucion-del-concepto-de-aprendizaje-un-viaje-pedagogico-a-traves-de-la-historia/

Rodríguez, E. (2005). *Metodología de la Investigación.* Universidad Juárez Autonoma de Tabasco.

Rodríguez, M. (2022). El taller: una estrategia para aprender, enseñar e investigar.

Rodríguez, R. (2023). Razonamiento lógico matemático en la enseñanza de la Matemática.

Romero , S. (2024). Programa de actividades lúdicas para el razonamiento matemático en estudiantes de sexto de primaria de una I.E.P de Piura - 2023 .

Rosales , C. (2023). Criterios para la evaluación formativa. Narcea Ediciones.

Ruiz , J. (2012). *Metodología de la investigación cualitativa.* Universidad de Deusto.

Sagüillo , J. (2008). *El pensamiento lógico-matemático* . Ediciones Akal, S.A .

Sanchéz, P. (2005). Atencion a la diversidad . EUNED.

Sangrà, A. (2005). Los materiales de aprendizaje en contextos educativos virtuales . UOC.

Serviola , I. (2016). *Cómo fomentar la creatividad.* ICB, S.L. (Interconsulting Bureau S.L) .

Silva, J. (2011). *Álgebra, Teoria y ejercicios.*

Simaleza , C. (2022). EL RAZONAMIENTO ABSTRACTO Y EL RENDIMIENTO ACADÉMICO EN MATEMÁTICA DE LOS ESTUDIANTES DE TERCERO BGU DE LA UNIDAD EDUCATIVA SAN JUAN BOSCO .

Stewart, J. (2012). *Precálculo, matematicas para el cálculo.* CENGAGE Learning.

Valencia , N. (2021). Desarrollo de la autoeficacia y la metacognicion en ambientes. Universidad Pedagógica Nacional.

Van Horne , J., & Wachowicz, J. (2002). *Fundamentos de administración financiera* . Pearson Prentice Hall.

Vicens , V. (14 de Enero de 2021). *La importancia del pensamiento lógico*. https://blog.vicensvives.com/la-importancia-del-pensamiento-logico-5-beneficios-y-2-propuestas/

Zarzar , C. (2015). *Métodos y Pensamiento Crítico 1.* Larousse - Grupo Editorial Patria.

ANEXOS

Anexo 1. Validación del instrumento de recolección de datos por juicio de expertos

Cuestionario dirigido a docentes

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN: USO DE ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO

Autor: Marco Bolivar Bravo Aguila

FICHA PARA VALIDACION DEL INTRUMENTO: Cuestionario dirigido a docentes, destinado a analizar el uso de estrategias metodológicas para desarrollar el pensamiento lógico-matemático en estudiantes de 3ro de bachillerato.

Nombre del validador: Ing. Fredy Esparza MSc. Fecha: 20/06/2024

Objetivo: El presente instrumento tiene como objetivo diagnosticar el nivel de conocimiento sobre estrategias metodológicas para desarrollar el pensamiento lógico-matemático en estudiantes de 3ro de bachillerato.

Instrucciones: Luego de revisar con detenimiento el instrumento encuesta con escala de Likert. Llene la matriz siguiente de acuerdo con su criterio de experto. Su aporte es muy valioso en el contexto de la investigación que se lleve a cabo.

Ítem	Criterios a evaluar											
	Claridad en la redacción		Presenta coherencia interna		Libre de inducción a respuestas		Lenguaje culturalmente pertinente		Mide la variable de estudio		Se recomienda eliminar o modificar el ítem	
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO
1	X		X		X		X		X			X
2	X		X		X		X		X			X
3	X		X		X		X		X			X
4	X		X		X		X		X			X
5	X		X		X		X		X			X
6	X		X		X		X		X			X
7	X		X		X		X		X			X
8	X		X		X		X		X			X
9	X		X		X		X		X			X
10	X		X		X		X		X			X

Criterios generales	SI	NO	Observaciones
1. El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para su llenado	X		
2. La escala propuesta para medición es clara y pertinente	X		
3. Los ítems permiten el logro de los objetivos de investigación	X		
4. Los ítems están distribuidos en forma lógica y secuencial	X		
5. El número de ítems es suficiente para la investigación	X		

Validez (marque con una X en el casillero correspondiente a su criterio)					
Aplicable	X	No aplicable		Aplicable atendiendo a las observaciones	

Validado por	Ing . Fredy Esparza MSc.	Cédula	1715025944	Fecha	20/06/2024
Firma	Firmado electrónicamente por: CARLOS FREDY ESPARZA BERNAL	Teléfono	0997626899	Mail	cesparza@indoamerica.edu.ec

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN: USO DE ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO

Autor: Marco Bolivar Bravo Aguila

FICHA PARA VALIDACION DEL INTRUMENTO: Cuestionario dirigido a docentes, destinado a analizar el uso de estrategias metodológicas para desarrollar el pensamiento lógico-matemático en estudiantes de 3ro de bachillerato.

Nombre del validador: Lic. Franklin Castillo MSc. Fecha: 20/06/2024

Objetivo: El presente instrumento tiene como objetivo diagnosticar el nivel de conocimiento sobre estrategias metodológicas para desarrollar el pensamiento lógico-matemático en estudiantes de 3ro de bachillerato.

Instrucciones: Luego de revisar con detenimiento el instrumento encuesta con escala de Likert. Llene la matriz siguiente de acuerdo con su criterio de experto. Su aporte es muy valioso en el contexto de la investigación que se lleve a cabo.

Ítem	Criterios a evaluar											
	Claridad en la redacción		Presenta coherencia interna		Libre de inducción a respuestas		Lenguaje culturalmente pertinente		Mide la variable de estudio		Se recomienda eliminar o modificar el ítem	
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO
1	X		X		X		X		X			X
2	X		X		X		X		X			X
3	X		X		X		X		X			X
4	X		X		X		X		X			X
5	X		X		X		X		X			X
6	X		X		X		X		X			X
7	X		X		X		X		X			X
8	X		X		X		X		X			X
9	X		X		X		X		X			X
10	X		X		X		X		X			X

Criterios generales	SI	NO	Observaciones
1. El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para su llenado	X		
2. La escala propuesta para medición es clara y pertinente	X		
3. Los ítems permiten el logro de los objetivos de investigación	X		
4. Los ítems están distribuidos en forma lógica y secuencial	X		
5. El número de ítems es suficiente para la investigación	X		

Validez (marque con una X en el casillero correspondiente a su criterio)

Aplicable	X	No aplicable		Aplicable atendiendo a las observaciones	

Validado por	Lic. Franklin Castillo MSc.	Cédula	1707982441	Fecha	20/06/2024
Firma		Teléfono	0962302903	Mail	frank.oswaldo@hotmail.com

Cuestionario dirigido a estudiantes

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN: USO DE ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO

Autor: Marco Bolivar Bravo Aguila

FICHA PARA VALIDACION DEL INTRUMENTO: Cuestionario dirigido a estudiantes, destinado a analizar el uso de estrategias metodológicas para desarrollar el pensamiento lógico-matemático en estudiantes de 3ro de bachillerato.

Nombre del validador: Ing. Fredy Esparza MSc. Fecha: 20/06/2024

Objetivo: El presente instrumento tiene como objetivo diagnosticar a los estudiantes de Tercer año de Bachillerato sobre los conocimientos adquiridos al estudiar la asignatura de matemática

Instrucciones: Luego de revisar con detenimiento el instrumento encuesta con escala de Likert. Llene la matriz siguiente de acuerdo con su criterio de experto. Su aporte es muy valioso en el contexto de la investigación que se lleve a cabo.

Ítem	Criterios a evaluar											
	Claridad en la redacción		Presenta coherencia interna		Libre de inducción a respuestas		Lenguaje culturalmente pertinente		Mide la variable de estudio		Se recomienda eliminar o modificar el ítem	
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO
1	X		X		X		X		X			X
2	X		X		X		X		X			X
3	X		X		X		X		X			X
4	X		X		X		X		X			X
5	X		X		X		X		X			X
6	X		X		X		X		X			X
7	X		X		X		X		X			X
8	X		X		X		X		X			X
9	X		X		X		X		X			X
10	X		X		X		X		X			X
11	X		X		X		X		X			X

Criterios generales	SI	NO	Observaciones
1. El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para su llenado	X		
2. La escala propuesta para medición es clara y pertinente	X		
3. Los ítems permiten el logro de los objetivos de investigación	X		
4. Los ítems están distribuidos en forma lógica y secuencial	X		
5. El número de ítems es suficiente para la investigación	X		

Validez (marque con una X en el casillero correspondiente a su criterio)					
Aplicable		No aplicable		Aplicable atendiendo a las observaciones	

Validado por	Ing . Fredy Esparza MSc.	Cédula	1715025944	Fecha	20/06/2024
Firma	Firmado electrónicamente por: CARLOS FREDY ESPARZA BERNAL	Teléfono	0997626899	Mail	cesparza@indoamerica.edu.ec

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN: USO DE ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO LÓGICO-MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO

Autor: Marco Bolivar Bravo Aguila

FICHA PARA VALIDACION DEL INTRUMENTO: Cuestionario dirigido a estudiantes, destinado a analizar el uso de estrategias metodológicas para desarrollar el pensamiento lógico-matemático en estudiantes de 3ro de bachillerato.

Nombre del validador: Lic. Franklin Castillo MSc. Fecha: 20/06/2024

Objetivo: El presente instrumento tiene como objetivo diagnosticar a los estudiantes de Tercer año de Bachillerato sobre los conocimientos adquiridos al estudiar la asignatura de matemática

Instrucciones: Luego de revisar con detenimiento el instrumento encuesta con escala de Likert. Llene la matriz siguiente de acuerdo con su criterio de experto. Su aporte es muy valioso en el contexto de la investigación que se lleve a cabo.

Ítem	Criterios a evaluar											
	Claridad en la redacción		Presenta coherencia interna		Libre de inducción a respuestas		Lenguaje culturalmente pertinente		Mide la variable de estudio		Se recomienda eliminar o modificar el ítem	
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO
1	X		X		X		X		X			X
2	X		X		X		X		X			X
3	X		X		X		X		X			X
4	X		X		X		X		X			X
5	X		X		X		X		X			X
6	X		X		X		X		X			X
7	X		X		X		X		X			X
8	X		X		X		X		X			X
9	X		X		X		X		X			X
10	X		X		X		X		X			X
11	X		X		X		X		X			X

Criterios generales	SI	NO	Observaciones
1. El instrumento contiene instrucciones claras y precisas para su llenado	X		
2. La escala propuesta para medición es clara y pertinente	X		
3. Los ítems permiten el logro de los objetivos de investigación	X		
4. Los ítems están distribuidos en forma lógica y secuencial	X		
5. El número de ítems es suficiente para la investigación	X		

Validez (marque con una X en el casillero correspondiente a su criterio)

Aplicable	X	No aplicable		Aplicable atendiendo a las observaciones	

Validado por	Lic. Franklin Castillo MSc.	Cédula	1707982441	Fecha	20/06/2024
Firma		Teléfono	0962302903	Mail	frank.oswaldo@hotmail.com

Anexo 2. Alfa de Cronbach

Análisis de fiabilidad obtenido a través del software Excel

Cuestionario dirigido a estudiantes

									Item doble entrada				Item doble entrada					
	Item1	Item 2	Item 3	Item 4	Item 5	Item 6	Item 7	Item 8	Item 9	Item 10	Item 11	Item 12	Item 13	Item 14	Item 15	Item 16	Item 17	
Encuesta 1	2	3	2	2	4	4	4	4	2	3	3	4	2	4	4	3	4	54
Encuesta 2	1	1	3	1	1	3	1	3	2	1	2	2	1	4	4	4	4	38
Encuesta 3	3	3	3	2	2	1	1	5	3	3	1	4	1	5	5	5	5	52
Encuesta 4	2	2	3	3	1	2	2	3	1	2	4	3	1	5	5	4	5	48
Encuesta 5	2	2	3	2	3	3	3	3	3	3	2	2	2	4	4	4	4	49
Encuesta 6	2	2	3	3	3	3	2	2	2	3	2	2	2	5	5	3	5	49
Encuesta 7	2	1	1	2	2	3	3	3	2	2	1	3	1	5	5	5	5	46
Encuesta 8	1	1	1	2	1	2	2	2	1	1	1	1	1	5	5	1	1	29
Encuesta 9	2	2	2	2	3	5	3	2	1	3	1	2	1	3	5	4	5	46
Encuesta 10	1	1	2	1	1	1	2	2	2	1	1	1	1	3	3	1	3	27
Encuesta 11	2	2	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	4	4	4	4	33
Encuesta 12	3	3	3	2	2	1	4	3	3	3	3	2	1	5	5	4	5	52
Encuesta 13	3	2	4	2	2	3	2	4	2	2	2	4	2	3	3	2	3	45
Encuesta 14	2	1	2	2	1	3	3	4	2	2	3	2	1	5	5	4	5	47
	0,4615	0,5934	0,7253	0,37912	0,99451	1,5	1,0165	0,9231	0,5330	0,7473	0,9945	1,1703	0,2198	0,6813	0,5714	1,6484	1,3626	

K	17
Σvi	14,5220
VT	75,6099
K/K-1	1,0625
Σvi/Vt	0,8079

Alfa de Cronbach	0,8584

$$\alpha = \frac{K}{K-1}\left(1 - \frac{\sum Vi}{Vt}\right)$$

α: Alfa de Cronbach
K: Número de ítems
Vi: Varianza de cada ítem
Vt: Varianza total

Cuestionario dirigido a docentes

		Item doble entrada						Item doble entrada									
	Item1	Item 2	Item 3	Item 4	Item 5	Item 6	Item 7	Item 8	Item 9	Item 10	Item 11	Item 12	Item 13	Item 14	Item 15	Item 16	
Encuesta 1	2	2	3	2	4	2	3	2	3	5	3	2	2	3	2	2	42
Encuesta 2	1	3	4	1	1	1	3	1	1	1	3	1	3	1	1	2	28
Encuesta 3	1	3	5	1	5	1	2	1	1	3	3	2	1	1	1	1	32
	0,3333	0,3333	1,0000	0,3333	4,3333	0,3333	0,3333	0,3333	1,3333	4,0000	0,0000	0,33333	1,0000	1,3333	0,3333	0,3333	

K	17
Σvi	16
VT	52
K/K-1	1,0625
Σvi/Vt	0,69231

Alfa de Cronbach	0,73558

$$\alpha = \frac{K}{K-1}\left(1 - \frac{\sum Vi}{Vt}\right)$$

α: Alfa de Cronbach
K: Número de ítems
Vi: Varianza de cada ítem
Vt: Varianza total

Anexo 3. Encuestas

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

CUESTIONARIO DIRIGIDO A DOCENTES DE LA UNIDAD EDUCATIVA FISCOMISIONAL MARÍA INMACULADA

OBJETIVO: El presente instrumento tiene como objetivo diagnosticar el nivel de conocimiento sobre estrategias metodológicas para desarrollar el pensamiento lógico-matemático en estudiantes de 3ro de bachillerato.

INSTRUCCIONES:

Leer detenidamente cada pregunta y responda marcando con una (X) la opción que más se acerque a su criterio.

ÍTEMS GENERALES

1. Rango de edad:

   ☐ 25-35 ☐ 36-45 ☐ 46-55 ☐ Mayor a 55

2. Sexo:

   ☐ Hombre ☐ Mujer

3. Grado académico de mayor rango que haya obtenido:

   ☐ Bachillerato ☐ Tecnología ☐ Licenciatura

   ☐ Ingeniería ☐ Maestría ☐ Doctorado

4. Años de experiencia profesional:

   ☐ 1-5 ☐ 5-10 ☐ 10-15 ☐ 15-25 ☐ Más de 25

ÍTEMS ESPECÍFICOS

	Siempre	Casi Siempre	A veces	Rara vez	Nunca
1. ¿Considero que las actividades prácticas, diálogos en grupo, enseñanza diferenciada, tecnología activa entre otras hace de los entornos de aprendizaje un lugar idóneo para cultivar el pensamiento crítico en los estudiantes?					
2. Diseño nuevas formas de enseñanza como:					

Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP)					
Talleres dinámicos					
Materiales didácticos					
Guías de estudio					
3. ¿Utilizo análisis, deducción y argumentación para desarrollar el razonamiento lógico?					
4. ¿Empleo los recursos abiertos (Blogs, podcast, simuladores) como estrategias para la enseñanza de la matemática?					
5. Utilizo instrumentos de evaluación para programar contenidos mediante:					
Observación					
lluvia de ideas					
Entrevista					
simuladores					
6. ¿Creo ambientes inclusivos y accesibles para dar apoyo individualizado a estudiantes con necesidades especiales?					
7. ¿Utilizo la planificación, monitoreo y autoevaluación para fortalecer la reflexión en los estudiantes sobre su propio proceso de aprendizaje?					
8. ¿Utilizo técnicas de autorreflexión (inteligencia emocional, metas, prioridades, adaptaciones) para resolver problemas matemáticos?					
9. ¿Empleo cuestionarios, lecciones, proyectos, portafolios, autoevaluaciones como instrumentos fundamentales para medir la criticidad en el pensamiento lógico-matemático?					
10. ¿Desarrollo retroalimentación de conocimientos mediante tutorías, educación en línea y actividades lúdicas?					

Gracias por su información.

"El objetivo de la educación es crear personas capaces de hacer cosas nuevas, y no simplemente de repetir lo que otras generaciones hicieron" Jean Piaget

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

CUESTIONARIO DIRIGIDO A ESTUDIANTES DE LA UNIDAD EDUCATIVA FISCOMISIONAL MARÍA INMACULADA

OBJETIVO: El presente instrumento tiene como objetivo diagnosticar a los estudiantes de Tercer año de Bachillerato sobre los conocimientos adquiridos al estudiar la asignatura de matemática

INSTRUCCIONES:

A continuación, usted encontrará una serie de preguntas relacionadas a las habilidades desarrolladas a partir del estudio de la matemática. No hay respuestas correctas o incorrectas

Leer detenidamente cada pregunta y responda marcando con una (X) la opción que más se acerque a su criterio.

ÍTEMS GENERALES

1. Marque el paralelo:

☐ Ciencias A ☐ Ciencias C ☐ Contabilidad
☐ Ciencias B ☐ Ciencias D

2. Edad:

☐ 16 años ☐ 17 años ☐ 18 años
☐ Mayor de 18 años

3. Género:

☐ Masculino ☐ Femenino ☐ Otro

ÍTEMS ESPECÍFICOS

	Siempre	Casi Siempre	A veces	Rara vez	Nunca
1. ¿Conozco las herramientas necesarias para analizar y resolver problemas académicos y personales?					
2. ¿Uso elementos como la deducción, la inducción, el análisis, la abstracción, la precisión, la coherencia para la resolución de problemas?					
3. ¿A partir de la búsqueda de datos planteo soluciones a través del pensamiento inductivo y deductivo?					
4. ¿Domino los procesos de operaciones de adición, producto y potencias con matrices?					
5. ¿Domino los procesos algebraicos para calcular determinantes de matrices reales cuadradas de orden 2 y 3 en sistemas de ecuaciones?					
6. ¿Construyo la gráfica de la función logarítmica y la función exponencial en el plano cartesiano para analizar sus características?					
7. ¿Uso adecuadamente las reglas y herramientas tecnológicas para dar solución a ecuaciones exponenciales y logarítmicas?					
8. ¿Construyo y analizo graficas de sistemas de inecuaciones lineales para determinar el área factible en problemas de programación lineal?					
9. Determino patrones de comportamiento en sucesiones numéricas relacionadas con:					
Progresiones Aritméticas					
Progresiones Geométricas					
Sumas parciales					
10. ¿Utilizo algoritmos, datos, relaciones, patrones entre otros para					

generar múltiples soluciones a un mismo problema?					
11. Complemento mis conocimientos utilizando:					
Calculadora científica					
Matlab					
Mathcad					
GeoGebra					
Derive					

Gracias por su información.

"Lo maravilloso de aprender algo, es que nadie puede arrebatárnoslo". B.B King